

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/333677940>

# PUENTES Y VIADUCTOS – CAPÍTULO VI: DISEÑO DE LA SUPERESTRUCTURA DE PUENTES SIMPLEMENTE APOYADOS

Chapter · June 2019

---

CITATIONS

0

READS

7,480

1 author:



[Marcelo Romo](#)

Universidad de las Fuerzas Armadas-ESPE

20 PUBLICATIONS 13 CITATIONS

SEE PROFILE

## **CAPÍTULO VI**

### **DISEÑO DE LA SUPERESTRUCTURA DE PUENTES**

#### **SIMPLEMENTE APOYADOS**

##### **6.1 INTRODUCCIÓN:**

La mayor parte de los puentes que se construyen en nuestro país en autopistas y carreteras de primero y segundo orden, son puentes cuyas luces libres son relativamente pequeñas por lo que el modelo de su superestructura es simplemente apoyado. Dentro de esta concepción existen 2 categorías, para aquellos que satisfacen las normas AASHTO:

- Tablero de hormigón armado sobre vigas simplemente apoyadas de hormigón armado, metálicas, o preesforzadas, y
- Tablero simplemente apoyado en los estribos extremos.

A continuación se presenta un estudio detallado de los elementos de la estructura de tablero en puentes simplemente apoyados, muchos de cuyos criterios son también utilizables en parte del diseño de puentes más complejos.

##### **6.2 DISEÑO DE VIGAS LONGITUDINALES SIMPLEMENTE APOYADAS:**

Generalmente los puentes de más de 6 m de luz libre, requieren que la estructura de rodadura (losa o tablero metálico) se apoye o se integre a vigas longitudinales de hormigón armado, de hormigón pos-tensado, o de acero, con excepción de las vigas-losas presforzadas, que pueden llegar hasta 12 m de luz.



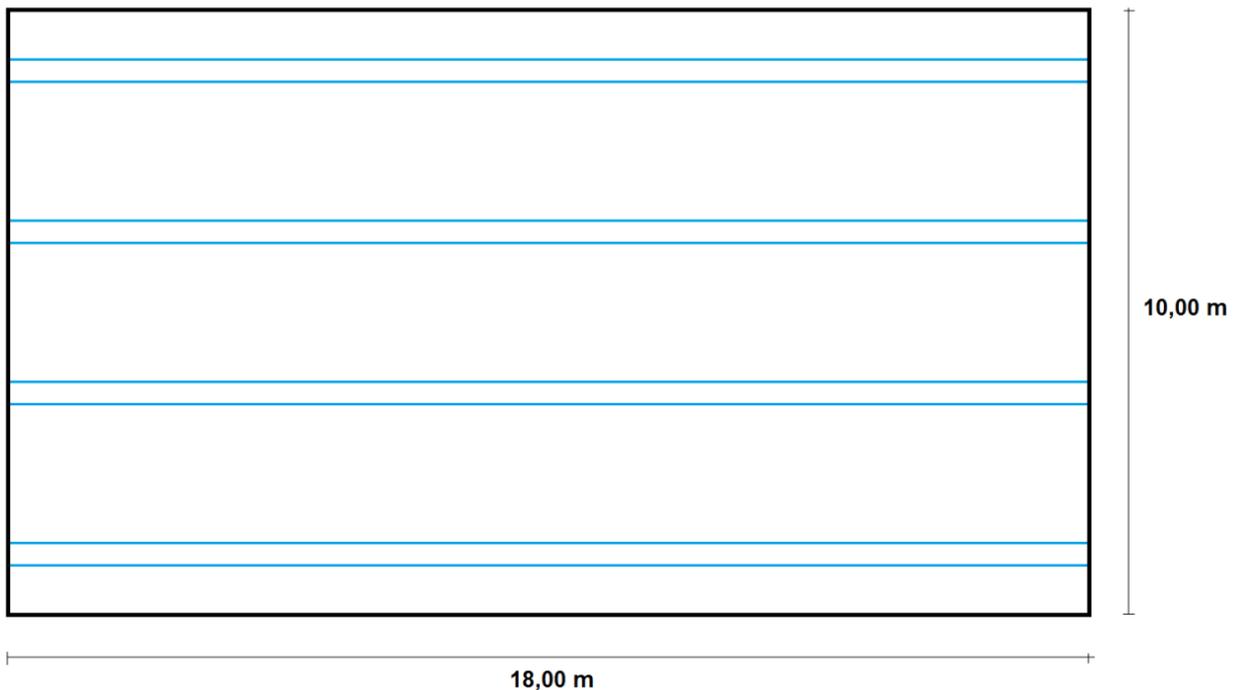
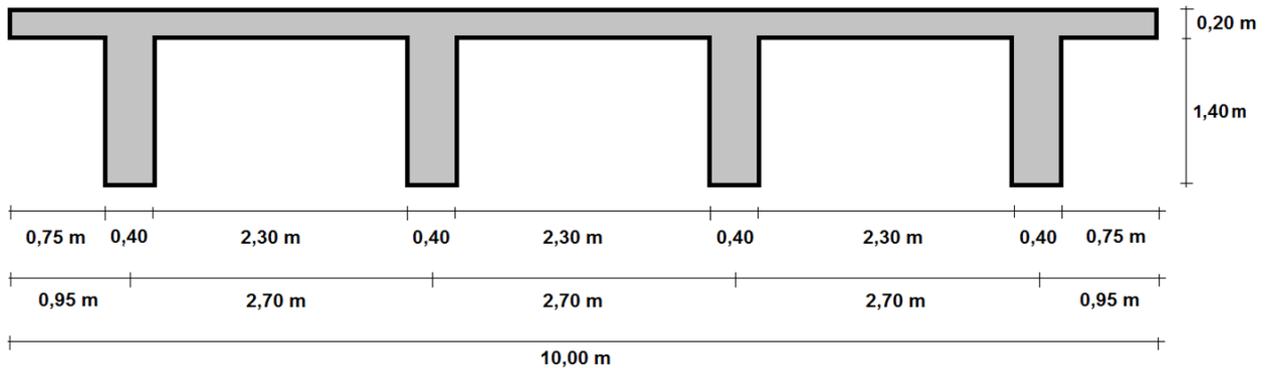
*Fig. 6.1a: Puentes con vigas presforzadas, y con vigas metálicas*



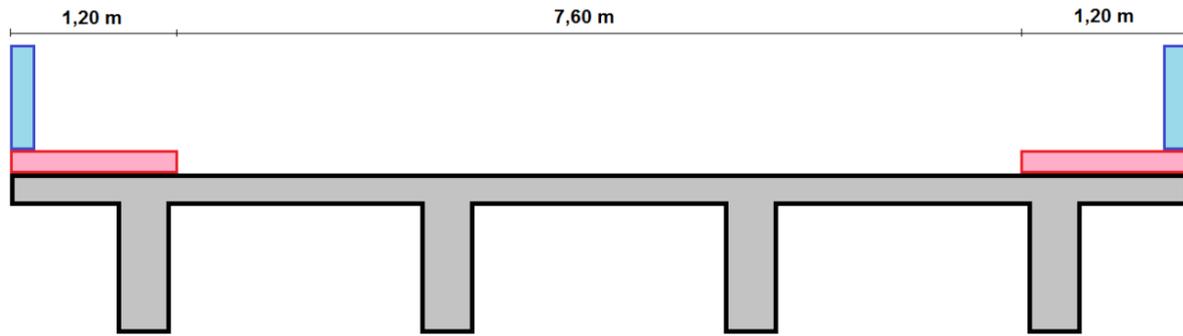
*Fig. 6.1b: Puentes con vigas-losas (I o tubo rectangular) presforzadas*

### **EJEMPLO 6.1: Vigas de Hormigón Armado con Losa de Hormigón Armado**

Diseñar las vigas de hormigón armado, de un puente simplemente apoyado de 18 m de luz libre y 10 m de ancho de tablero, en zona no afectada por la salinidad ambiental. El pre-dimensionamiento del puente define que está constituido por 4 vigas de hormigón armado de 40 cm de base y 160 cm de altura total, fundidas monolíticamente con una losa de tablero de 20 cm de espesor. El hormigón tiene una resistencia característica de 280 Kg/cm<sup>2</sup>, y el acero de refuerzo tiene un esfuerzo de fluencia de 4200 Kg/cm<sup>2</sup>. El tren de cargas de diseño es el HL-93 definido por el código AASHTO. La distancia entre ejes de vigas es de 2.70 m.



Se tiene prevista la construcción de 2 aceras de 1.20 m de ancho cada una, liberando un ancho de calzada de 7.60 m, para 2 carriles vehiculares de 3.60 m cada uno, más 20 cm de protección de cada bordillo de acera, que faciliten el desfogue de aguas lluvia, sin afectar la circulación vehicular.



**Desarrollo:**

La norma AASHTO establece, en la siguiente tabla, la altura mínima para los componentes de la superestructura (losas de tablero y vigas de tablero), para prevenir deflexiones indeseables tanto estructural como sicológicamente:

**Table 2.5.2.6.3-1—Traditional Minimum Depths for Constant Depth Superstructures**

Superstructure		Minimum Depth (Including Deck)	
		Simple Spans	Continuous Spans
Reinforced Concrete	Slabs with main reinforcement parallel to traffic	$\frac{1.2(S+10)}{30}$	$\frac{S+10}{30} \geq 0.54 \text{ ft.}$
	T-Beams	$0.070L$	$0.065L$
	Box Beams	$0.060L$	$0.055L$
	Pedestrian Structure Beams	$0.035L$	$0.033L$
Prestressed Concrete	Slabs	$0.030L \geq 6.5 \text{ in.}$	$0.027L \geq 6.5 \text{ in.}$
	CIP Box Beams	$0.045L$	$0.040L$
	Precast I-Beams	$0.045L$	$0.040L$
	Pedestrian Structure Beams	$0.033L$	$0.030L$
	Adjacent Box Beams	$0.030L$	$0.025L$
Steel	Overall Depth of Composite I-Beam	$0.040L$	$0.032L$
	Depth of I-Beam Portion of Composite I-Beam	$0.033L$	$0.027L$
	Trusses	$0.100L$	$0.100L$

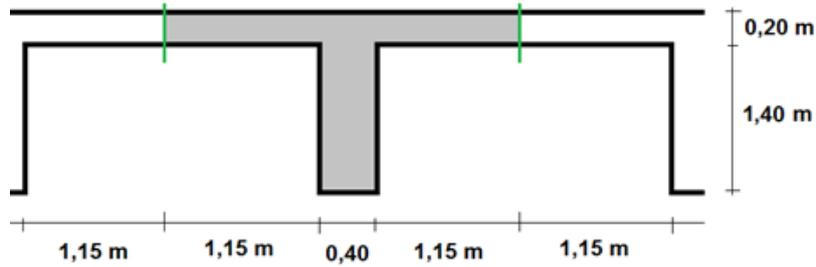
**Tabla 6.1: Espesores mínimos de losas y vigas de tablero [AASHTO 2010 y 2017 - 2.5.2.6.3-1]**

$h_{min} = 0.070 L$  (simplemente apoyada)

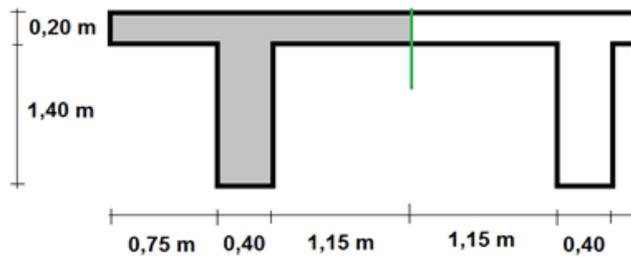
$h_{min} = 0.070 (18.00 m) = 1.26 m$

$1.60 m > 1.26 m$  **O.K.**

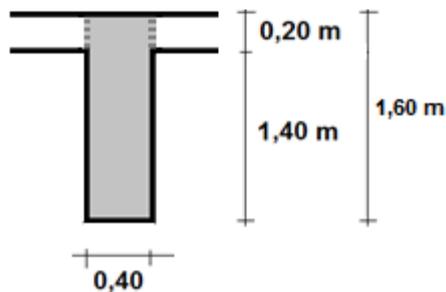
De acuerdo a la norma AASHTO, la viga de diseño puede incluir hasta 6 veces el espesor de la losa a cada lado del alma, conformándose una viga “T”, es decir hasta 1.20 m a cada lado, pero en ningún caso la viga “T” podrá superar el punto central entre alma y alma, ni la semi-ala podrá superar la longitud del volado de la losa [AASHTO 4.6.2.6]. Desde luego que también podrá diseñarse como una viga rectangular, con lo que se obviarán los detalles de armado transversal propios de una viga “T”, pero se requeriría un poco más de armado longitudinal.



*Viga "T" central*

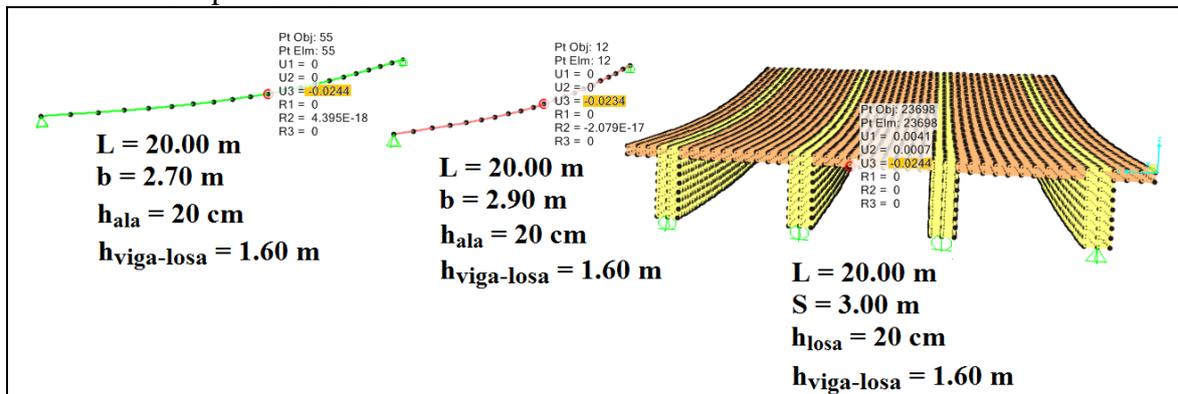


*Viga "T" lateral, menos crítica*



*Viga Rectangular Alternativa*

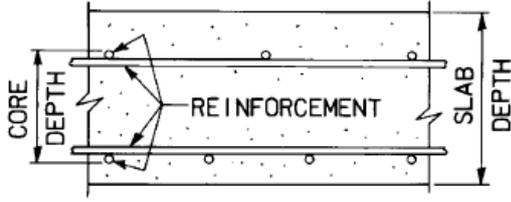
El siguiente ejemplo, desarrollado con elementos finitos, refleja que la recomendación de ancho colaborante de losa, fijada por AASHTO es una aproximación adecuada, pues en lugar de 6 espesores de losa a cada lado de la viga, se logra deformaciones iguales con 5.5 veces el espesor de la losa a cada lado.



*Fig. 6.2: Modelos de elementos finitos para ancho colaborante de losa*

Sin embargo, para integrar la losa a la viga, podrían ser necesarios detalles adicionales de vigas "T", como la colocación de estribos en la losa, lo que constructivamente es una complicación, por lo que se optará por un diseño conservador de una viga rectangular, que en el control de deformaciones es una viga "T" con ala reducida.

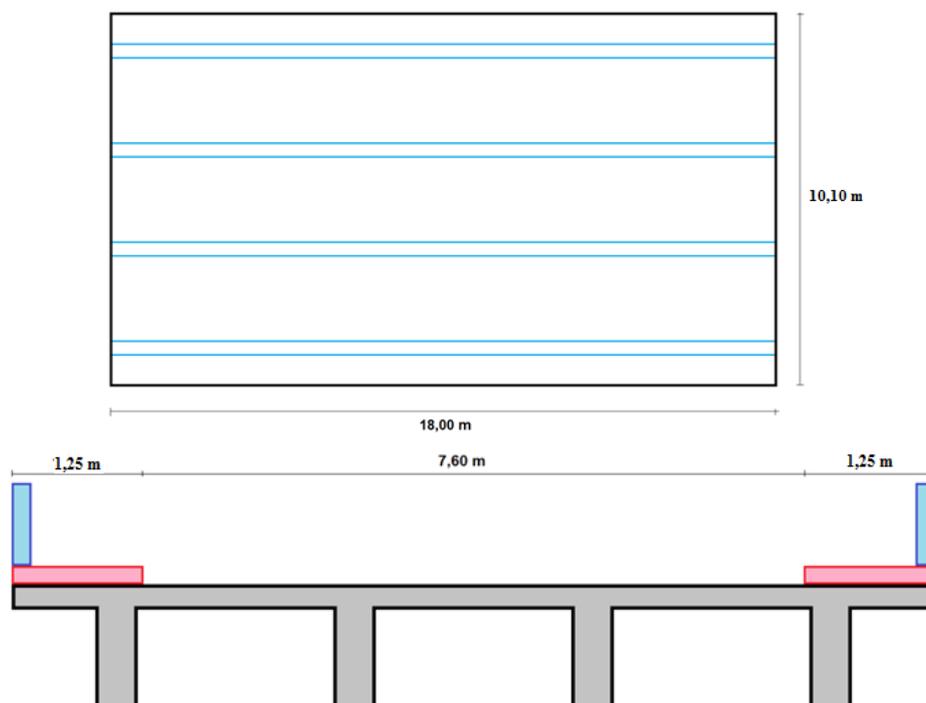
A pesar de que la losa no es parte de este diseño, en particular, existen dimensiones mínimas para dicha losa, que fija AASHTO.

SECTION 9: DECKS AND DECK SYSTEMS	9-11
<ul style="list-style-type: none"> <li>Core depth of the slab is not less than 4.0 in.;</li> <li>The effective length, as specified in Article 9.7.2.3, does not exceed 13.5 ft;</li> <li>The minimum depth of the slab is not less than 7.0 in., excluding a sacrificial wearing surface where applicable;</li> <li>There is an overhang beyond the centerline of the outside girder of at least 5.0 times the depth of the slab; this condition is satisfied if the overhang is at least 3.0 times the depth of the slab and a structurally continuous concrete barrier is made composite with the overhang;</li> </ul>	<p>No experience exists for effective lengths exceeding 13.5 ft. The 7.0-in. depth is considered an absolute minimum with 2.0-in. cover on top and 1.0-in. cover on the bottom, providing for a reinforced core of 4.0 in., as indicated in Figure C9.7.2.4-2.</p>  <p style="text-align: center;">Figure C9.7.2.4-2—Core of a Concrete Slab</p>

**Fig. 6.3: Espesores mínimos de losas [AASHTO 2010 y 2017 - 9.7.2.4]**

- El núcleo (distancia vertical entre varillas extremas) no debe medir menos de 4 pulg o 10 cm (12.5 cm > 10 cm O.K.).
- La longitud efectiva de la losa (perpendicular a la circulación vehicular) no debe ser mayor a 13.5 pies o 4.11 m (2.70 m < 4.11 m O.K.).
- El mínimo espesor de la losa es de 7.0 pulg o 17.5 cm, excluida la superficie de desgaste aplicable (20 cm > 17.5 cm O.K.).
- El volado, más allá del eje central de la viga externa, debe ser al menos 5 veces el espesor de la losa (0.95 m < 5 x 0.20 m, N.O.K.)

**Se debe aumentar el ancho del tablero, 5 cm a cada lado, para cumplir el último requisito.**

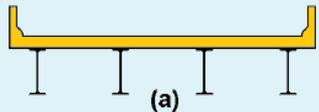
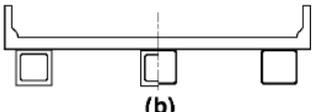
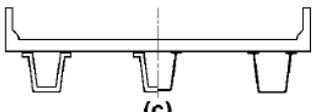
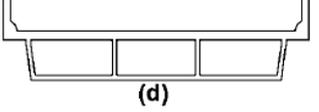
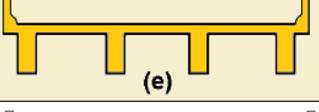
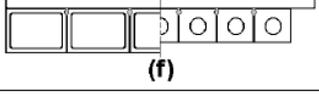
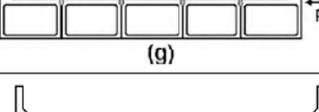
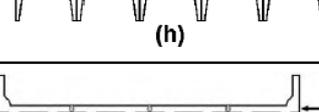
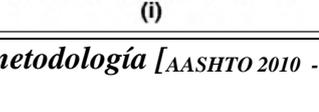


**Cálculo del Factor de Distribución de Carga Viva:**

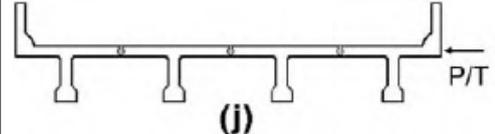
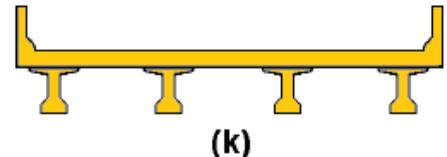
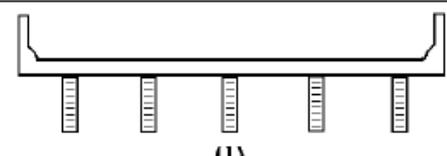
Debido a que los trenes de carga actúan en la dirección longitudinal, cada viga longitudinal cargará una fracción específica de ese tren de cargas, la misma que se fija en [AASHTO 2010 - 4.6.2.2]. Cuando el espaciamiento entre vigas longitudinales es suficientemente amplio, la fracción podrá superar la unidad, es decir que más de un tren de cargas debe ser soportado por una sola viga.

Las siguientes estructuras de tablero están incluidas en la metodología; se resaltan las vigas rectangulares de hormigón armado fundidas junto con la losa, y las vigas de acero tipo I, integradas a las losas mediante conectores de corte, objetos de esta publicación, además de las losas con vigas preesforzadas tipo I o tipo bulbo-T, cuyo comportamiento global es muy similar, al integrarse con losas de hormigón armado:

Table 4.6.2.2.1-1—Common Deck Superstructures Covered in Articles 4.6.2.2.2 and 4.6.2.2.3

Supporting Components	Type Of Deck	Typical Cross-Section
Steel Beam	Cast-in-place concrete slab, precast concrete slab, steel grid, glued/spiked panels, stressed wood	 (a)
Closed Steel or Precast Concrete Boxes	Cast-in-place concrete slab	 (b)
Open Steel or Precast Concrete Boxes	Cast-in-place concrete slab, precast concrete deck slab	 (c)
Cast-in-Place Concrete Multicell Box	Monolithic concrete	 (d)
Cast-in-Place Concrete Tee Beam	Monolithic concrete	 (e)
Precast Solid, Voided or Cellular Concrete Boxes with Shear Keys	Cast-in-place concrete overlay	 (f)
Precast Solid, Voided, or Cellular Concrete Box with Shear Keys and with or without Transverse Post-Tensioning	Integral concrete	 (g) P/T
Precast Concrete Channel Sections with Shear Keys	Cast-in-place concrete overlay	 (h)
Precast Concrete Double Tee Section with Shear Keys and with or without Transverse Post-Tensioning	Integral concrete	 (i) P/T

**Tabla 6.2a: Tipos de tableros incluidos en la metodología [AASHTO 2010 - 4.6.2.2.1-1]**

Precast Concrete Tee Section with Shear Keys and with or without Transverse Post-Tensioning	Integral concrete	
Precast Concrete I or Bulb-Tee Sections	Cast-in-place concrete, precast concrete	
Wood Beams	Cast-in-place concrete or plank, glued/spiked panels or stressed wood	

**Tabla 6.2b: Tipos de tableros incluidos en la metodología [AASHTO 2010 - 4.6.2.2.1-1]**

El formulario de cálculo del factor de distribución de carga viva para momentos flectores en vigas interiores, según AASHTO, se detalla a continuación:

**Table 4.6.2.2.2b-1—Distribution of Live Loads per Lane for Moment in Interior Beams**

Type of Superstructure	Applicable Cross-Section from Table 4.6.2.2.1-1	Distribution Factors	Range of Applicability
Wood Deck on Wood or Steel Beams	a, 1	See Table 4.6.2.2.2a-1	
Concrete Deck on Wood Beams	1	One Design Lane Loaded: $S/12.0$ Two or More Design Lanes Loaded: $S/10.0$	$S \leq 6.0$
Concrete Deck, Filled Grid, Partially Filled Grid, or Unfilled Grid Deck Composite with Reinforced Concrete Slab on Steel or Concrete Beams; Concrete T-Beams, T- and Double T-Sections	a, e, k and also i, j if sufficiently connected to act as a unit	One Design Lane Loaded: $0.06 + \left(\frac{S}{14}\right)^{0.4} \left(\frac{S}{L}\right)^{0.3} \left(\frac{K_g}{12.0Lt_s^3}\right)^{0.1}$ Two or More Design Lanes Loaded: $0.075 + \left(\frac{S}{9.5}\right)^{0.6} \left(\frac{S}{L}\right)^{0.2} \left(\frac{K_g}{12.0Lt_s^3}\right)^{0.1}$	$3.5 \leq S \leq 16.0$ $4.5 \leq t_s \leq 12.0$ $20 \leq L \leq 240$ $N_b \geq 4$ $10,000 \leq K_g \leq 7,000,000$
		use lesser of the values obtained from the equation above with $N_b = 3$ or the lever rule	$N_b = 3$
Cast-in-Place Concrete Multicell Box	d	One Design Lane Loaded: $\left(1.75 + \frac{S}{3.6}\right) \left(\frac{1}{L}\right)^{0.35} \left(\frac{1}{N_c}\right)^{0.45}$ Two or More Design Lanes Loaded: $\left(\frac{13}{N_c}\right)^{0.3} \left(\frac{S}{5.8}\right) \left(\frac{1}{L}\right)^{0.25}$	$7.0 \leq S \leq 13.0$ $60 \leq L \leq 240$ $N_c \geq 3$  If $N_c > 8$ use $N_c = 8$

**Tabla 6.3a: Distribución de cargas vivas para momentos en vigas interiores [AASHTO 2010 - 4.6.2.2.2b-1]**

Concrete Deck on Concrete Spread Box Beams	b, c	One Design Lane Loaded: $\left(\frac{S}{3.0}\right)^{0.35} \left(\frac{Sd}{12.0L^2}\right)^{0.25}$	$6.0 \leq S \leq 18.0$ $20 \leq L \leq 140$ $18 \leq d \leq 65$ $N_b \geq 3$												
		Two or More Design Lanes Loaded: $\left(\frac{S}{6.3}\right)^{0.6} \left(\frac{Sd}{12.0L^2}\right)^{0.125}$													
		Use Lever Rule	$S > 18.0$												
Concrete Beams used in Multibeam Decks	f	One Design Lane Loaded: $k \left(\frac{b}{33.3L}\right)^{0.5} \left(\frac{I}{J}\right)^{0.25}$	$35 \leq b \leq 60$ $20 \leq L \leq 120$ $5 \leq N_b \leq 20$												
	g if sufficiently connected to act as a unit	where: $k = 2.5(N_b)^{-0.2} \geq 1.5$ Two or More Design Lanes Loaded: $k \left(\frac{b}{305}\right)^{0.6} \left(\frac{b}{12.0L}\right)^{0.2} \left(\frac{I}{J}\right)^{0.06}$													
	h	Regardless of Number of Loaded Lanes: $S/D$ where: $C = K(W/L) \leq K$ $D = 11.5 - N_L + 1.4N_L(1 - 0.2C)^2$ when $C \leq 5$ $D = 11.5 - N_L$ when $C > 5$ $K = \sqrt{\frac{(1 + \mu)I}{J}}$ for preliminary design, the following values of $K$ may be used:	Skew $\leq 45^\circ$ $N_L \leq 6$												
	g, i, j if connected only enough to prevent relative vertical displacement at the interface	<table border="0"> <tbody> <tr> <td>Beam Type</td> <td><math>K</math></td> </tr> <tr> <td>Nonvoided rectangular beams</td> <td>0.7</td> </tr> <tr> <td>Rectangular beams with circular voids:</td> <td>0.8</td> </tr> <tr> <td>Box section beams</td> <td>1.0</td> </tr> <tr> <td>Channel beams</td> <td>2.2</td> </tr> <tr> <td>T-beam</td> <td>2.0</td> </tr> <tr> <td>Double T-beam</td> <td>2.0</td> </tr> </tbody> </table>		Beam Type	$K$	Nonvoided rectangular beams	0.7	Rectangular beams with circular voids:	0.8	Box section beams	1.0	Channel beams	2.2	T-beam	2.0
Beam Type	$K$														
Nonvoided rectangular beams	0.7														
Rectangular beams with circular voids:	0.8														
Box section beams	1.0														
Channel beams	2.2														
T-beam	2.0														
Double T-beam	2.0														
Open Steel Grid Deck on Steel Beams	a	One Design Lane Loaded: $S/7.5$ If $t_g < 4.0$ $S/10.0$ If $t_g \geq 4.0$	$S \leq 6.0$												
		Two or More Design Lanes Loaded: $S/8.0$ If $t_g < 4.0$ $S/10.0$ If $t_g \geq 4.0$	$S \leq 10.5$												
Concrete Deck on Multiple Steel Box Girders	b, c	Regardless of Number of Loaded Lanes: $0.05 + 0.85 \frac{N_L}{N_b} + \frac{0.425}{N_L}$	$0.5 \leq \frac{N_L}{N_b} \leq 1.5$												

**Tabla 6.3b: Distribución de cargas vivas para momentos en vigas interiores [AASHTO 2010 - 4.6.2.2.2b-1]**

La nomenclatura para el formulario previo es la siguiente:

$A$ = area of stringer, beam or girder (in. <sup>2</sup> )	$N_b$ = number of beams, stringers or girders
$b$ = width of beam (in.)	$N_c$ = number of cells in a concrete box girder
$C$ = stiffness parameter	$N_L$ = number of design lanes as specified in Article 3.6.1.1.1
$D$ = width of distribution per lane (ft)	$S$ = spacing of beams or webs (ft)
$d$ = depth of beam or stringer (in.)	$t_g$ = depth of steel grid or corrugated steel plank including integral concrete overlay or structural concrete component, less a provision for grinding, grooving, or wear (in.)
$d_e$ = horizontal distance from the centerline of the exterior web of exterior beam at deck level to the interior edge of curb or traffic barrier (ft)	$t_o$ = depth of structural overlay (in.)
$e$ = correction factor	$t_s$ = depth of concrete slab (in.)
$g$ = distribution factor	$W$ = edge-to-edge width of bridge (ft)
$I_p$ = polar moment of inertia (in. <sup>4</sup> )	$W_e$ = half the web spacing, plus the total overhang (ft)
$J$ = St. Venant's torsional inertia (in. <sup>4</sup> )	$\theta$ = skew angle (degrees)
$K$ = constant for different types of construction	$\mu$ = Poisson's ratio
$K_g$ = longitudinal stiffness parameter (in. <sup>4</sup> )	
$L$ = span of beam (ft)	

El parámetro de rigidez longitudinal se calcula como sigue:

The longitudinal stiffness parameter,  $K_g$ , shall be taken as:

$$K_g = n(I + Ae_g^2) \quad (4.6.2.2.1-1)$$

in which:

$$n = \frac{E_B}{E_D} \quad (4.6.2.2.1-2)$$

where:

$E_B$  = modulus of elasticity of beam material (ksi)

$E_D$  = modulus of elasticity of deck material (ksi)

$I$  = moment of inertia of beam (in.<sup>4</sup>)

$e_g$  = distance between the centers of gravity of the basic beam and deck (in.)

The parameters  $A$  and  $I$  in Eq. 4.6.2.2.1-1 shall be taken as those of the noncomposite beam.

Las constantes del formulario pueden ser calculadas mediante las siguientes expresiones simplificadas, con la observación de que los valores de la siguiente tabla corresponden a la práctica profesional en Estados Unidos de América, productor histórico de acero, con costos de mano de obra altos, situación que en uno o los dos parámetros anteriores, difiere de todos los países latinoamericanos:

**Table 4.6.2.2.1-2—Constant Values for Articles 4.6.2.2.2 and 4.6.2.2.3**

Equation Parameters	Table Reference	Simplified Value			
		a	e	k	f,g,i,j
$\left(\frac{K_g}{12.0L_t^3}\right)^{0.1}$	4.6.2.2.2b-1	1.02	1.05	1.09	—
$\left(\frac{K_g}{12.0L_t^3}\right)^{0.25}$	4.6.2.2.2e-1	1.03	1.07	1.15	—
$\left(\frac{12.0L_t^3}{K_g}\right)^{0.3}$	4.6.2.2.3c-1	0.97	0.93	0.85	—
$\frac{I}{J}$	4.6.2.2.2b-1, 4.6.2.2.3a-1	—	—	—	$0.54\left(\frac{d}{b}\right) + 0.16$

**Tabla 6.4: Constantes para las fórmulas de los artículos [AASHTO 2010 -4.6.2.2.2 y 4.6.2.2.3]**

Al aplicar al caso analizado, se tiene:

S (espaciamiento entre vigas longitudinales) = 2.70 m = 9 ft

ts (espesor de losa) = 20 cm = 8"

L (luz libre de la viga) = 18 m = 59 ft

Nb (número de vigas) = 4

Kg (parámetro de rigidez longitudinal):

$$b = 40 \text{ cm} = 15.75''$$

$$h = 140 \text{ cm} = 55.1''$$

$$A = 15.75'' \times 55.1'' = 875.8 \text{ in}^2$$

n (cociente entre E de viga y E de losa) = 1 (losa y vigas son del mismo hormigón)

$$e_g \text{ (distancia entre centros gravedad de viga y de losa)} = 80 \text{ cm} = 31.5''$$

$$I \text{ (inercia de la viga)} = 40 \text{ cm} \times (140 \text{ cm})^3 / 12 = 914667 \text{ cm}^4 = 219560 \text{ in}^4$$

$$K_g = n (I + A \cdot e_g^2)$$

$$K_g = (1)[219560 \text{ in}^4 + (875.8 \text{ in}^2) \cdot (31.5 \text{ in})^2]$$

$$K_g = 1'088573 \text{ in}^4$$

Todos los parámetros fijados por AASHTO están dentro de los límites establecidos en la metodología [AASHTO 4.6.2.2.2b-1]:

$$3.5 \text{ ft} \leq S \leq 16.0 \text{ ft}$$

$$S = 9 \text{ ft}$$

$$4.5'' \leq ts \leq 12.0''$$

$$ts = 8''$$

$$20 \text{ ft} \leq L \leq 240 \text{ ft}$$

$$L = 59 \text{ ft}$$

$$N_b \geq 4 \text{ vigas}$$

$$N_b = 4 \text{ vigas}$$

$$10000 \text{ in}^4 \leq K_g \leq 7'000000 \text{ in}^4$$

$$K_g = 1'088573 \text{ in}^4$$

Se utiliza directamente la expresión propuesta en [AASHTO 2010 - 4.6.2.2.2b-1], para el caso de "... Tablero compuesto de losa de hormigón armado sobre vigas de acero o de hormigón ..."

En el caso estudiado se podría tener teóricamente 1 o 2 carriles cargados, por lo que se utilizarán, para fines comparativos, las 2 ecuaciones:

$$g = 0.06 + \left(\frac{S}{14}\right)^{0.4} \cdot \left(\frac{S}{L}\right)^{0.3} \cdot \left(\frac{K_g}{12.0 L \cdot t_z^3}\right)^{0.1} \quad \text{Ec. 6.1}$$

$$g = 0.06 + \left(\frac{9}{14}\right)^{0.4} \cdot \left(\frac{9}{59}\right)^{0.3} \cdot (1.116)$$

$$g = 0.592$$

$$g = 0.075 + \left(\frac{S}{9.5}\right)^{0.6} \cdot \left(\frac{S}{L}\right)^{0.2} \cdot \left(\frac{K_g}{12.0 L \cdot t_z^3}\right)^{0.1} \quad \text{Ec. 6.2}$$

$$g = 0.075 + \left(\frac{9}{9.5}\right)^{0.6} \cdot \left(\frac{9}{59}\right)^{0.2} \cdot (1.116)$$

$$g = 0.817$$

Cada viga central, en su condición crítica, se diseña para resistir el 81.7% de un carril de cargas vivas móviles:

- 81.7% del acumulado de camión HS20-44 con impacto + carga viva distribuida
- 81.7% del acumulado de camión tándem con impacto + carga viva distribuida
- 81.7% del 90% del acumulado de 2 camiones HS20-44 con impacto + carga viva distribuida
- 81.7% del 90% del acumulado de 2 camiones tándem con impacto + carga viva distribuida

La norma AASHTO 2002 tiene una versión simplificada para el cálculo de la fracción de carga de carril que debe ser resistida por una viga longitudinal, con tablero sin esviajamiento [AASHTO 2002 – Tabla 3.21.1]:

$$g = S / 3.60 \text{ m} \quad (\text{vigas rectangulares o T de hormigón armado, hasta } S = 3.00 \text{ m})$$

$$g = S / 3.30 \text{ m} \quad (\text{vigas I de acero y vigas preesforzadas, hasta } S = 4.20 \text{ m})$$

La expresión  $S/3.30 \text{ m}$  es igual a  $2.70 / 3.30$  e igual a 0.818, prácticamente el mismo valor que "g", y es la expresión  $(S / 3.30 \text{ m})$  para cálculo rápido en nuestro país.

Las cargas que actúan sobre vigas exteriores tienen la siguiente disposición normativa de AASHTO, en la que se calcula un factor de afectación "e" al parámetro "g" de las vigas centrales.

**Table 4.6.2.2.2d-1—Distribution of Live Loads per Lane for Moment in Exterior Longitudinal Beams**

Type of Superstructure	Applicable Cross-Section from Table 4.6.2.2.1-1	One Design Lane Loaded	Two or More Design Lanes Loaded	Range of Applicability
Wood Deck on Wood or Steel Beams	a, l	Lever Rule	Lever Rule	N/A
Concrete Deck on Wood Beams	l	Lever Rule	Lever Rule	N/A
Concrete Deck, Filled Grid, Partially Filled Grid, or Unfilled Grid Deck Composite with Reinforced Concrete Slab on Steel or Concrete Beams: Concrete T-Beams, T- and Double T-Sections	a, e, k and also i, j if sufficiently connected to act as a unit	Lever Rule	$g = e g_{interior}$ $e = 0.77 + \frac{d_e}{9.1}$	$-1.0 \leq d_e \leq 5.5$
			use lesser of the values obtained from the equation above with $N_b = 3$ or the lever rule	$N_b = 3$
Cast-in-Place Concrete Multicell Box	d	$g = \frac{W_e}{14}$	$g = \frac{W_e}{14}$	$W_e \leq S$
		or the provisions for a whole-width design specified in Article 4.6.2.2.1		
Concrete Deck on Concrete Spread Box Beams	b, c	Lever Rule	$g = e g_{interior}$ $e = 0.97 + \frac{d_e}{28.5}$	$0 \leq d_e \leq 4.5$ $6.0 < S \leq 18.0$
			Use Lever Rule	$S > 18.0$
Concrete Box Beams Used in Multibeam Decks	f, g	$g = e g_{interior}$ $e = 1.125 + \frac{d_e}{30} \geq 1.0$	$g = e g_{interior}$ $e = 1.04 + \frac{d_e}{25} \geq 1.0$	$d_e \leq 2.0$
Concrete Beams Other than Box Beams Used in Multibeam Decks	h	Lever Rule	Lever Rule	N/A
	i, j if connected only enough to prevent relative vertical displacement at the interface			
Open Steel Grid Deck on Steel Beams	a	Lever Rule	Lever Rule	N/A
Concrete Deck on Multiple Steel Box Girders	b, c	As specified in Table 4.6.2.2.2b-1		

**Tabla 6.5: Distribución de cargas vivas para momentos en vigas exteriorpes [AASHTO 2010 y 2017 - 4.6.2.2.2d-1]**

Se debe tratar de controlar que el factor de afectación no sobrepase de 1 o 1.05, lo que se logra reduciendo el volado efectivo “ $d_e$ ”, hasta donde actúan los camiones de carga.

En la siguiente imagen se presentan los anchos de carril en la prueba de carga del puente Los Caras, para dimensionar las proporciones de las expresiones anteriores.



**Fig. 6.4:** *Dimensiones referenciales en la prueba de carga del Puente Los Caras, con camiones estáticos*

Aproximadamente se necesita 3 m de ancho para que un **camión nacional** (metodológico pero no el máximo real) de 33 Tons de peso, no tope a otro en el carril contiguo, sin movimiento; se requiere 3.30 m de separación para moverse lentamente, y 3.60 m de separación para que los vehículos estén circulando a velocidad normal (50 a 60 Km/h).



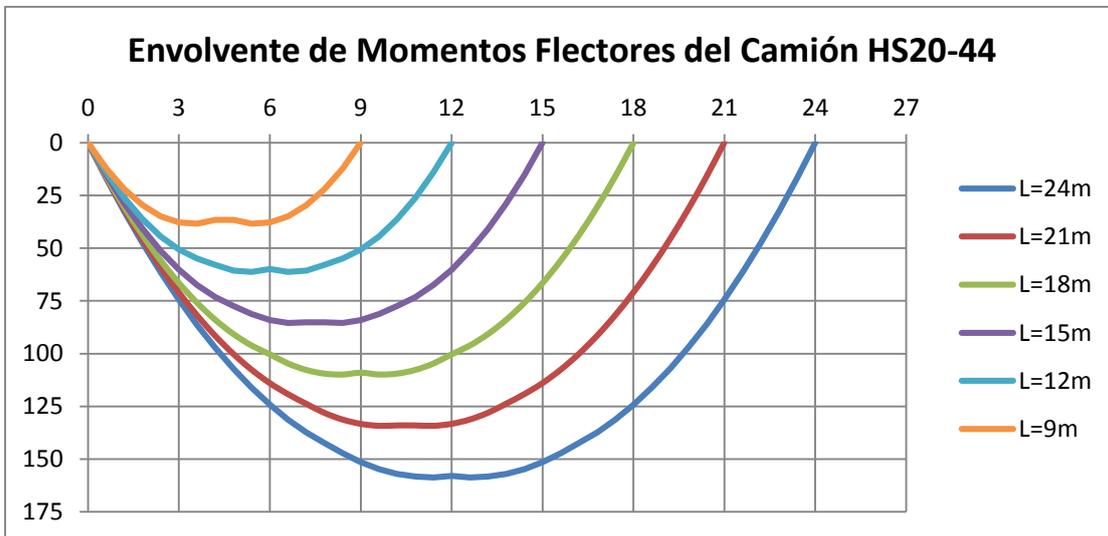
**Fig. 6.5:** *Dimensiones referenciales en la prueba de carga del Puente Aguarico, con camiones en movimiento*

De las tablas auxiliares (Anexo 1) se pueden obtener las envolventes de momento flector y de cortante para una viga de 18 m, generada por la carga viva móvil de un carril completo (se debe corregir para el 81.7% de carril, y para impacto), conforme a AASHTO LRFD, que se transcribe parcialmente a continuación (cada 3 m, y en zonas de máximo momento flector, y máximo cortante).



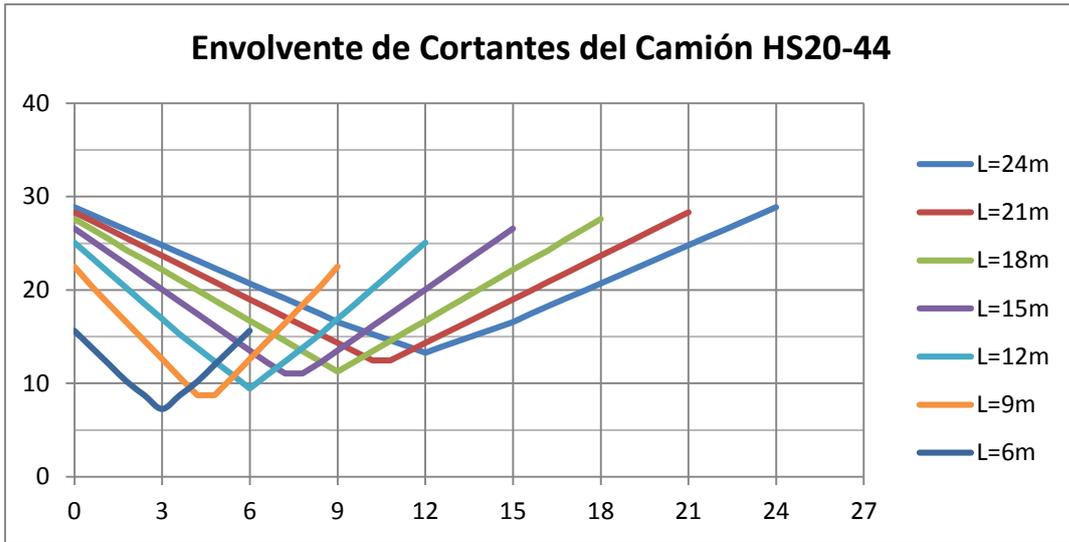
**MOMENTOS FLECTORES POR CARGA VIVA DEL CAMION HS 20-44**

x m	Envolvente Momento Flector del Camión HS20-44 (T-m)					
	L = 24 m	L = 21 m	L = 18 m	L = 15 m	L = 12 m	L = 9 m
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
3,00	74,37	70,98	66,47	60,15	50,67	37,77
6,00	124,21	113,94	100,24	84,12	59,93	37,77
8,40	147,20	131,19	<b>109,83</b>	<b>85,42</b>	54,92	12,20
9,00	151,45	133,24	108,96	84,12	50,67	0,00
9,60	154,72	<b>134,18</b>	<b>109,83</b>	81,24	44,46	
12,00	157,99	133,24	100,24	60,15	0,00	
15,00	151,45	113,94	66,47	0,00		
18,00	124,21	70,98	0,00			
21,00	74,37	0,00				
24,00	0,00					



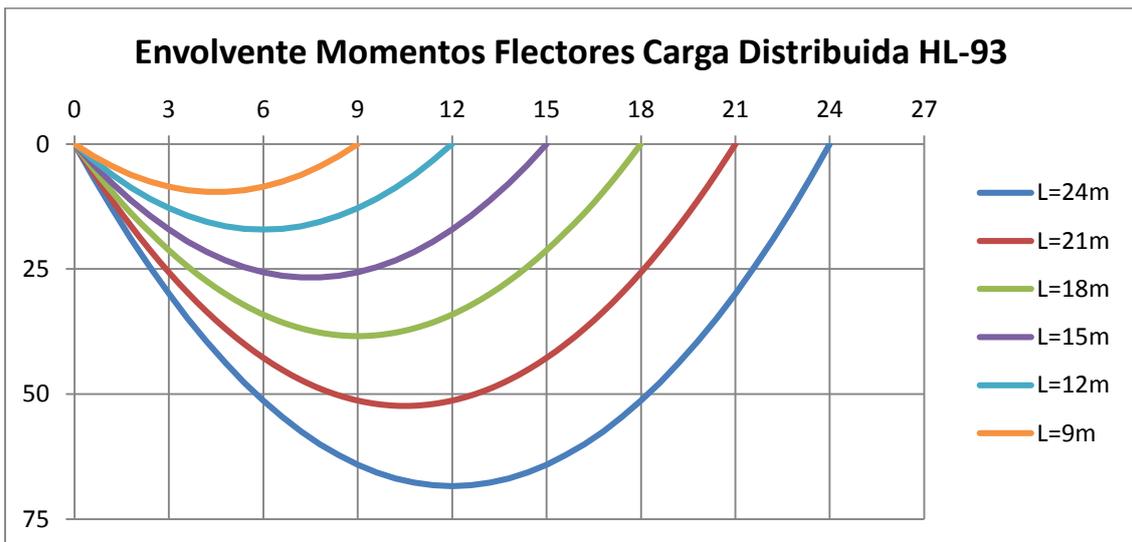
**CORTANTES POR CARGA VIVA DEL CAMION HS 20-44**

x m	Envolvente Cortantes del Camión HS20-44 (T)						
	L = 24 m	L = 21 m	L = 18 m	L = 15 m	L = 12 m	L = 9 m	L = 6 m
0,00	<b>28,87</b>	<b>28,33</b>	<b>27,60</b>	<b>26,59</b>	<b>25,06</b>	<b>22,52</b>	<b>15,62</b>
3,00	24,79	23,66	22,16	20,05	16,89	12,59	7,27
6,00	20,70	18,99	16,70	13,51	9,44	12,59	<b>15,62</b>
9,00	16,56	14,32	11,26	13,51	16,89	<b>22,52</b>	
12,00	13,29	14,32	16,70	20,05	<b>25,06</b>		
15,00	16,56	18,99	22,16	<b>26,59</b>			
18,00	20,70	23,66	<b>27,60</b>				
21,00	24,79	<b>28,33</b>					
24,00	<b>28,87</b>						



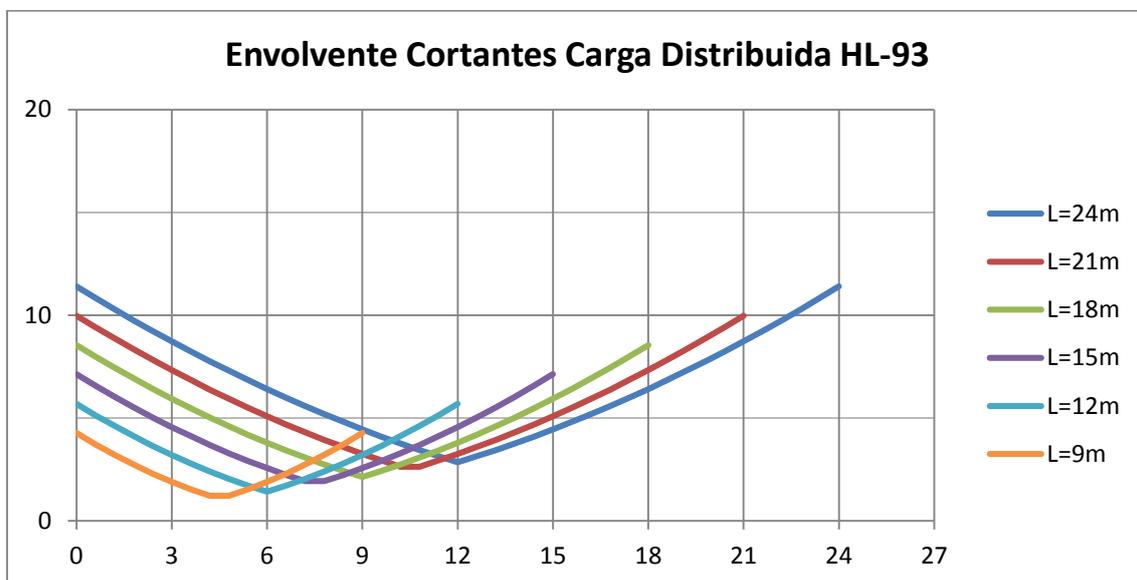
**MOMENTOS FLECTORES POR CARGA VIVA DISTRIBUIDA HL-93**

x m	Envolvente Momento Flector Carga Distribuida HL-93 (T-m)					
	L = 24 m	L = 21 m	L = 18 m	L = 15 m	L = 12 m	L = 9 m
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
3,00	29,93	25,65	21,23	17,10	12,83	8,55
6,00	51,30	42,75	34,09	25,65	17,10	8,55
9,00	64,13	51,30	<b>38,39</b>	25,65	12,83	0,00
12,00	68,40	51,30	34,09	17,10	0,00	
15,00	64,13	42,75	21,23	0,00		
18,00	51,30	25,65	0,00			
21,00	29,93	0,00				
24,00	0,00					



**CORTANTES POR CARGA VIVA DISTRIBUIDA HL-93**

x m	Envolvente Cortantes de la Carga Distribuida HL-93 (T)					
	L = 24 m	L = 21 m	L = 18 m	L = 15 m	L = 12 m	L = 9 m
0,00	11,40	9,98	8,55	7,13	5,70	4,28
3,00	8,73	7,33	5,94	4,56	3,21	1,90
6,00	6,41	5,09	3,80	2,57	1,43	1,90
9,00	4,45	3,26	2,14	2,57	3,21	4,28
12,00	2,85	3,26	3,80	4,56	5,70	
15,00	4,45	5,09	5,94	7,13		
18,00	6,41	7,33	8,55			
21,00	8,73	9,98				
24,00	11,40					



Por tratarse de una viga simplemente apoyada, la combinación de cargas últimas de diseño, gravitacional, es:

$$U = 1.25 DC + 1.50 DW + 1.75 (LL + IM)$$

La expresión con coeficientes reducidos para DC y DW ( $U = 0.90 DC + 0.65 DW + 1.75 [LL + IM]$ ) no se utiliza pues la viga simplemente apoyada es una estructura isostática, y no existe reversibilidad de momentos flectores por ductilidad, ante cargas sísmicas horizontales.

**Diseño a Flexión:**

Los momentos flectores y las fuerzas cortantes serán el 81.8% de los reportados en las tablas, debido a la magnitud del “g” de distribución de la carga de carril.

El momento flector crítico se produce muy cerca del centro de la luz (no exactamente en el centro de la luz pues las cargas del camión HS20-44 no son simétricas), y se calcula como sigue, para el tren de cargas HL-93, tanto por carga viva como por efecto dinámico o impacto:

$$M_{LL \text{ HS20-44}} = 0.817 (109.83 \text{ T-m})$$

$$M_{LL \text{ HS20-44}} = 89.73 \text{ T-m / viga}$$

$$M_{IM} = 0.33 M_{LL \text{ HS20-44}}$$

$$M_{IM} = 0.33 (89.73 \text{ T-m})$$

$$M_{IM} = \mathbf{29.61 \text{ T-m / viga}}$$

$$M_{LL \text{ distr}} = 0.817 (38.39 \text{ T-m})$$

$$M_{LL \text{ distr}} = \mathbf{31.36 \text{ T-m / viga}}$$

Los momentos flectores por carga viva y por impacto (efecto dinámico de las cargas) serán

$$M_{LL} = 89.73 + 31.36 = \mathbf{121.09 \text{ T-m /viga}}$$

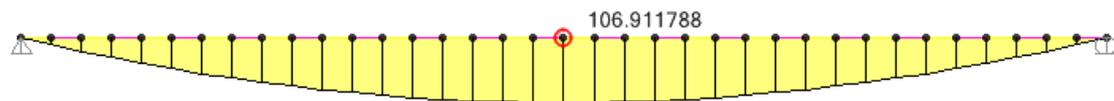
$$M_{IM} = \mathbf{29.61 \text{ T-m / viga}}$$

La carga permanente anclada, que gravita sobre cada viga de la zona central, está constituida por:

- Peso de la viga (parte de DC), en un ancho de 2.70 m  
 $W_{\text{viga}} = 0.40 \text{ m.} \times 1.60 \text{ m.} \times 1.00 \text{ m.} \times 2.4 \text{ T/m}^3 = 1.536 \text{ T/m}$
- Peso de la losa (segunda parte de DC), en un ancho de 2.70 m, excluido el ancho de viga  
 $W_{\text{losa}} = (2.70 \text{ m} - 0.40 \text{ m}) \times 0.20 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 2.4 \text{ T/m}^3 = 1.104 \text{ T/m}$

$$W_{DC} = 1.536 \text{ T/m} + 1.104 \text{ T/m}$$

$$W_{DC} = \mathbf{2.64 \text{ T/m}}$$



$$M_{DC} = \mathbf{106.91 \text{ T-m}}$$

- Peso del asfalto (DW), en un ancho de 2.70 m  
 $W_{DW} = 2.70 \text{ m} \times 0.05 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 2.2 \text{ T/m}^3$   
 $W_{DW} = 0.297 \text{ T/m}$



$$M_{DW} = \mathbf{12.07 \text{ T-m}}$$

El momento último de diseño, en las proximidades del centro de la luz es:

$$U = 1.25 DC + 1.50 DW + 1.75 (LL + IM)$$

$$M_U = 1.25 (106.91 \text{ T-m}) + 1.5 (12.07 \text{ T-m}) + 1.75 (121.09 \text{ T-m} + 29.61 \text{ T-m})$$

$$M_U = \mathbf{415,5 \text{ T-m}}$$

$$M_U = 41'550000 \text{ Kg-cm}$$

### Recubrimiento Mínimo de las Barras de Acero:

La norma AASHTO LRFD 2010 fija los siguientes recubrimientos para la armadura de acero.

Situation	Cover (in.)
Direct exposure to salt water	4.0
Cast against earth	3.0
Coastal	3.0
Exposure to deicing salts	2.5
Deck surfaces subject to tire stud or chain wear	2.5
Exterior other than above	2.0
Interior other than above	
• Up to No. 11 bar	1.5
• No. 14 and No. 18 bars	2.0
Bottom of cast-in-place slabs	
• Up to No. 11 bar	1.0
• No. 14 and No. 18 bars	2.0
Precast soffit form panels	0.8
Precast reinforced piles	
• Noncorrosive environments	2.0
• Corrosive environments	3.0
Precast prestressed piles	2.0
Cast-in-place piles	
• Noncorrosive environments	2.0
• Corrosive environments	
- General	3.0
- Protected	3.0
• Shells	2.0
• Auger-cast, tremie concrete, or slurry construction	3.0

**Tabla 6.6: Recubrimientos Mínimos [AASHTO 2010 - 5.12.3-1 y 2017 - 5.10.1-1]**

Por tratarse del diseño de un puente para zona no afectada por salinidad, el recubrimiento mínimo es 2” o 5 cm. En caso de puentes cercanos a la zona costera se utilizaría un recubrimiento mínimo de 3” o 7.5 cm.

### Factor de Reducción de la Capacidad Resistente:

Los valores de AASHTO son similares a los especificados en ACI-318, con una única excepción.

Resistance factor $\phi$ shall be taken as:	
• For tension-controlled reinforced concrete sections as defined in Article 5.7.2.1 .....	0.90
• For tension-controlled prestressed concrete sections as defined in Article 5.7.2.1 .....	1.00
• For shear and torsion:	
normal weight concrete.....	0.90
lightweight concrete.....	0.70
• For compression-controlled sections with spirals or ties, as defined in Article 5.7.2.1, except as specified in Articles 5.10.11.3 and 5.10.11.4.1b for Seismic Zones 2, 3, and 4 at the extreme event limit state...	0.75
• For bearing on concrete.....	0.70
• For compression in strut-and-tie models.....	0.70

**Tabla 6.7: Factor de reducción de la capacidad resistente [AASHTO 2010 y 2017 - 5.5.4.2]**

**El único valor inusual relevante, de factores de reducción de la capacidad resistente, corresponde a corte y torsión de hormigón de peso normal, que AASHTO recomienda**

tomar como 0.90, y ACI 2014 recomienda 0.75. Para zonas afectadas por sismo, como todo Ecuador, es preferible utilizar las recomendaciones de ACI, pues la falla por corte es una falla frágil, y el diseño convencional de puentes de hormigón armado en zonas sísmicas se basa en su comportamiento dúctil.

Acción o Elemento Estructural	$\phi$	Excepciones
(a) Momento, fuerza axial o momento y fuerza axial combinados	0.65 a 0.9 de acuerdo con 21.2.2	Cerca de los extremos de elementos pretensados donde los torones no se han desarrollado totalmente, $\phi$ debe cumplir con 21.2.3.
(b) Cortante	0.75	Se presentan requisitos adicionales en 21.2.4 para estructuras diseñadas para resistir efectos sísmicos.
(c) Torsión	0.75	—
(d) Aplastamiento	0.65	—
(e) Zonas de anclajes de postensado	0.85	—
(f) Cartelas y ménsulas	0.75	—
(g) Puntales, tensores, zonas nodales y áreas de apoyo diseñadas de acuerdo con el método puntal-tensor del Capítulo 23	0.75	—
(h) Componentes de conexiones de miembros prefabricados controlados por fluencia de los elementos de acero a tracción	0.9	—
(i) Elementos de concreto simple	0.6	—
(j) Anclajes en elementos de concreto	0.45 a 0.75 de acuerdo con el Capítulo 17	—

**Tabla 6.8: Factor de reducción de la capacidad resistente [ACI 2014 - 21.2.1]**

### Cálculo de la armadura requerida:

$d$  = altura – recubrimiento – diám estribo – distancia al centro gravedad de varillas

$$d = 160 \text{ cm} - 5 \text{ cm} - 1.2 \text{ cm} - 8 \text{ cm} = 146 \text{ cm}$$

$$k = 0.85 f'c.b.d$$

**Ec. 6.4**

$$k = 0.85 (280 \text{ Kg/cm}^2) (40 \text{ cm}) (146 \text{ cm})$$

$$k = 1370880 \text{ Kg}$$

$$A_s = \frac{k}{F_y} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2 M u}{\phi \cdot k \cdot d}} \right]$$

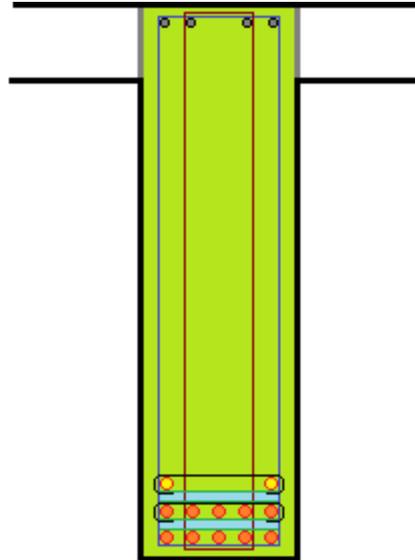
**Ec. 6.5**

$$A_s = \frac{1370880 \text{ Kg}}{4200 \text{ Kg/cm}^2} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2 (41550000 \text{ Kg} - \text{cm})}{(0.90)(1370880 \text{ Kg})(146 \text{ cm})}} \right]$$

$$A_s = 86,63 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 11 \phi 32 \text{ mm}$$

Se puede colocar la armadura en 2 capas de 5 varillas de 32 mm. y, por simetría, una tercera capa de 2 varillas de 25 mm (un total de 90.22 cm<sup>2</sup>).



#### Verificación de acero mínimo de flexión:

La armadura mínima de flexión tiene dos expresiones, de acuerdo con [ACI 2014 – 9.6.1.2]:

$$A_{s_{\min}} = \frac{0.79\sqrt{f'c}}{F_y} \cdot (b_w \cdot d) \quad \text{Ec. 6.6}$$

$$A_{s_{\min}} = \frac{0.79\sqrt{280}}{4200} \cdot (40 \text{ cm} \cdot 146 \text{ cm})$$

$$A_{s_{\min}} = 18.38 \text{ cm}^2 < 90.22 \text{ cm}^2 \quad \text{O.K.}$$

$$A_{s_{\min}} = \frac{14}{F_y} \cdot (b_w \cdot d) \quad \text{Ec. 6.7}$$

$$A_{s_{\min}} = \frac{14}{4200} \cdot (40 \text{ cm} \cdot 146 \text{ cm})$$

$$A_{s_{\min}} = 19.47 \text{ cm}^2 < 90.22 \text{ cm}^2 \quad \text{O.K.}$$

El armado obtenido supera al armado mínimo de los dos requerimientos de la norma, por lo que el criterio de armado mínimo se satisface.

#### Verificación de armado máximo:

Conforme a la [NEC-SE-HM 4.2.4], **la cuantía de armado máxima es 50% de la cuantía balanceada** ( $0.50 \rho_b$ ) para zona sísmica, por el componente vertical del sismo (el componente horizontal se controla con otros criterios y dispositivos).

#### 4.2.4. Razón de refuerzo máximo

Los valores de  $\rho$  y  $\rho'$  deben ser tales que propicien una falla en flexión controlada por la tracción.

Dónde:

$\rho$  Cuantía del refuerzo  $A_s$  evaluada sobre el área  $bd$

$\rho'$  Cuantía del refuerzo  $A'_s$  evaluada sobre el área  $bd$

$b$  Ancho de la cara en compresión del elemento (mm)

$d$  Distancia desde la fibra extrema en compresión hasta el centroide del refuerzo longitudinal en tracción (mm)

$A_s$  Área de refuerzo longitudinal no preesforzado a tracción ( $\text{mm}^2$ )

$A'_s$  Área del refuerzo a compresión ( $\text{mm}^2$ )

**NOTA:** Estos valores no pueden exceder el 50% de la cuantía en condición balanceada ( $\rho_b$ )

$\rho_b$ : Cuantía de refuerzo  $A_s$  evaluada sobre el área  $bd$  que produce condiciones balanceadas de deformación unitaria

*Txt. 6.1: Armado máximo sismorresistente [NEC-SE-HM 4.2.4]*

$$\rho_b = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{F_y} \cdot \frac{0.003}{\frac{F_y}{E_s} + 0.003} \quad \text{Ec. 6.8}$$

$$\rho_b = (0.85)(0.85) \frac{280}{4200} \cdot \frac{0.003}{\frac{4200}{2100000} + 0.003}$$

$$\rho_b = 0.0289$$

$$\rho_{m\acute{a}x} = 0.5 (0.0289) = 0.01445$$

$$A_{s,m\acute{a}x} = (0.01445) (40 \text{ cm}) (146 \text{ cm})$$

$$A_{s,m\acute{a}x} = 84.39 \text{ cm}^2 < 90.22 \text{ cm}^2 \quad \text{N.O.K.}$$

El valor de armado real es ligeramente superior a la cuantía máxima en zonas de impacto sísmico; sin embargo, esa especificación está basada en la formación de articulaciones plásticas en los extremos de las vigas, en el armado para momento reversible, y en niveles de ductilidad que permitan reducir la fuerza sísmica con  $R=8$ , algo que no ocurre en vigas simplemente apoyadas, pues la única rótula plástica que puede formarse está ubicada cerca del centro de la luz (es la rótula que conduce directamente al colapso), además de no existir posibilidad de reversibilidad de momentos, por lo que su ductilidad es mucho menor, y normalmente especificada en el rango  $R = 2.5$  a  $R = 3.0$ .

En tal virtud, se puede utilizar la cuantía máxima del 75% de la cuantía balanceada, fijado para elementos que no requieren gran ductilidad a flexión reversible ante sismo.

$$\rho_{m\acute{a}x} = 0.75 (0.0289) = 0.021675$$

$$A_{s,m\acute{a}x} = (0.021675) (40 \text{ cm}) (146 \text{ cm})$$

$$A_{s,m\acute{a}x} = 126.58 \text{ cm}^2 > 90.22 \text{ cm}^2 \quad \text{O.K.}$$

### Diseño Alternativo como Viga "T":

Se toma un ancho de viga  $b = 140 \text{ cm}$ , para cumplir armado mínimo ( $[14/F_y].b.d$ )

$$k = 0.85 f'c.b.d = 0.85 (280 \text{ Kg/cm}^2) (140 \text{ cm}) (146 \text{ cm}) = 4'864720 \text{ Kg}$$

$$A_s = \frac{k}{F_y} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2 Mu}{\phi.k.d}} \right] = \frac{4'864720}{4200} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2 (41'550000)}{(0.90)(4'864720)(146)}} \right]$$

$$A_s = 77.91 \text{ cm}^2$$

Se requerirían 10 varillas de 32 mm.

**El valor es ligeramente menor al obtenido como viga rectangular**, pero subsiste la necesidad del detallamiento de las alas de la viga "T". El ahorro de 2 varillas longitudinales de 25 mm de diámetro no compensa la colocación de estribos transversales cada 14 cm (d) longitudinales, de 140 cm x 14 cm. 318 cm de varilla de 10 mm (1.96 Kg) pesan más que 28 cm de 25 mm (1.08), por lo que se mantienen las 11 varillas de 32 mm de diámetro, sin estribos en el cuerpo de la losa.

### Optimización Mediante Recorte de Varillas:

Como optimización de la cantidad de armadura para todo el puente, es conveniente verificar la reducción de sección de armado, a una distancia de 3.60 m de los apoyos (al quinto de la luz), especialmente para tratar de eliminar la tercera capa de varillas de acero (aproximadamente donde el momento flector de diseño es 2/3 del momento flector en el centro de la luz).

#### MOMENTOS FLECTORES POR CARGA VIVA DEL CAMION HS 20-44

x m	Envolvente Momento Flector del Camión HS20-44 (T-m)					
	L = 24 m	L = 21 m	L = 18 m	L = 15 m	L = 12 m	L = 9 m
0,00			0,00			
3,60			67,47			
9,00			108,96			
14,40			67,47			
18,00			0,00			

#### MOMENTOS FLECTORES POR CARGA VIVA DISTRIBUIDA HL-93

x m	Envolvente Momento Flector Carga Distribuida HL-93 (T-m)					
	L = 24 m	L = 21 m	L = 18 m	L = 15 m	L = 12 m	L = 9 m
0,00			0,00			
3,60			24,49			
9,00			38,39			
14,40			24,49			
18,00			0,00			

A una distancia de 3.60 m del apoyo izquierdo se tienen los siguientes momentos flectores por carga viva.

$$M_{LL \text{ HS20-44}} = 0.817 \text{ (67.47 T-m)}$$

$$M_{LL \text{ HS20-44}} = \mathbf{55.12 \text{ T-m / viga}}$$

$$M_{IM} = 0.33 M_{LL \text{ HS20-44}}$$

$$M_{IM} = 0.33 \text{ (55.12 T-m)}$$

$$M_{IM} = \mathbf{18.19 \text{ T-m / viga}}$$

$$M_{LL \text{ distr}} = 0.817 \text{ (24.49 T-m)}$$

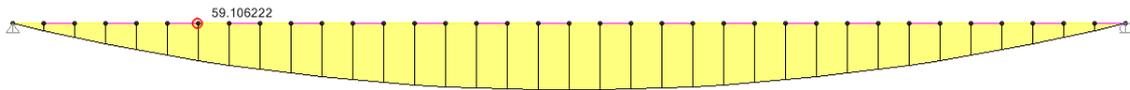
$$M_{LL \text{ distr}} = \mathbf{20.01 \text{ T-m / viga}}$$

Los momentos flectores por carga viva y por impacto (efecto dinámico de las cargas) serán

$$M_{LL} = 55.12 + 20.01 = \mathbf{75.13 \text{ T-m / viga}}$$

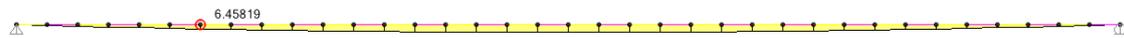
$$M_{IM} = \mathbf{18.19 \text{ T-m / viga}}$$

El momento flector por carga permanente anclada, a 3.60 m del apoyo izquierdo, es:



$$M_{DC} = \mathbf{59.11 \text{ T-m}}$$

El momento flector por carga permanente desgastable, a 3.60 m del apoyo izquierdo, es:



$$M_{DW} = \mathbf{6.46 \text{ T-m}}$$

El momento último de diseño, a 3.60 m del apoyo izquierdo, es:

$$U = 1.25 DC + 1.50 DW + 1.75 (LL + IM)$$

$$M_U = 1.25 (59.11 \text{ T-m}) + 1.5 (6.46 \text{ T-m}) + 1.75 (75.13 \text{ T-m} + 18.19 \text{ T-m})$$

$$M_U = \mathbf{246.89 \text{ T-m}}$$

$$M_U = 24689000 \text{ Kg-cm}$$

$$k = 0.85 f'c.b.d$$

$$d = 160 \text{ cm} - 5.0 \text{ cm} - 1.2 \text{ cm} - 4.8 \text{ cm} = 149 \text{ cm}$$

$$k = 0.85 (280 \text{ Kg/cm}^2) (40 \text{ cm}) (149 \text{ cm})$$

$$(d = 152.5 - 3.2 - 1.6)$$

$$k = 1'418480 \text{ Kg}$$

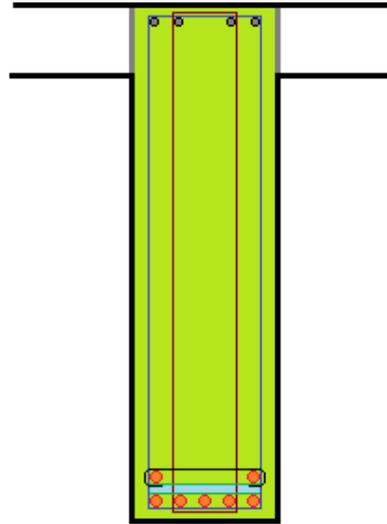
$$A_s = \frac{k}{F_y} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2.M_u}{\phi.k.d}} \right]$$

$$A_s = \frac{1'418480 \text{ Kg}}{4200 \text{ Kg/cm}^2} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2 (24'689000 \text{ Kg} - \text{cm})}{(0.90)(1'418480 \text{ Kg})(149 \text{ cm})}} \right]$$

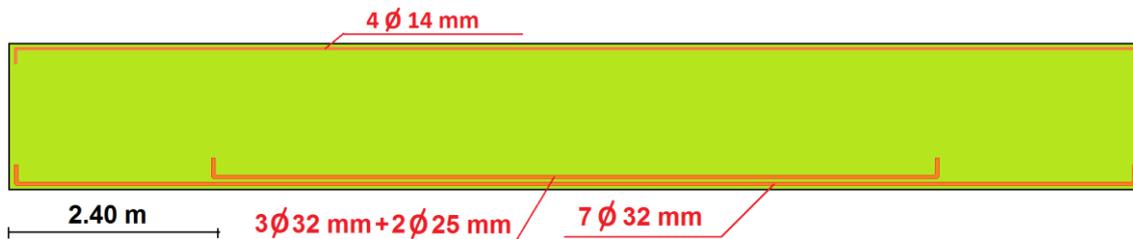
$$A_s = 47.12 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 6 \phi 32 \text{ mm}$$

Se pueden colocar las varillas en 1 capa de 5 varillas de 32 mm y, por simetría, una segunda capa de 2 varillas de 32 mm.



El recorte de las varillas, para pasar de 10  $\phi 32$  más 2  $\phi 25$  mm, a 7  $\phi 32$  mm debe incluir un anclaje de al menos 40 diámetros (128 cm) en la zona donde ya no se requieren esas varillas. Ese es el origen de la longitud reducida de 3.60 m que se utilizó en el cálculo, a 2.40 m, en el siguiente gráfico.



El armado longitudinal superior estará constituido por 4 varillas  $\phi 14$  mm, que cubre el 50% de la armadura de temperatura, como se observa en la figura anterior, aunque esas 4 varillas podrían ser reemplazadas por varillas longitudinales superiores de la losa, o podrían utilizarse cuatro varillas longitudinales del armado de la losa (generalmente 16 a 18 mm de diámetro), lo que puede ser un ahorro importante de acero.

### Diseño de Armadura de Piel:

Cuando las vigas o elementos estructurales, presentan caras laterales de más de 90 cm de altura, se requiere un armado mínimo en las caras expuestas desprovistas de acero longitudinal, sometidas a tracción (no la zona comprimida), conocido como “**Armadura de Piel**”, cuyo objetivo es coser lateralmente las fisuras de tracción en el hormigón, por flexión, para evitar fisuras de espesor excesivo, en caras exteriores, que produzcan oxidación manifiesta de las varillas de acero [AASHTO 2010 – 5.7.3.4].

If  $d_t$  of nonprestressed or partially prestressed concrete members exceeds 3.0 ft, longitudinal skin reinforcement shall be uniformly distributed along both side faces of the component for a distance  $d_t/2$  nearest the flexural tension reinforcement. The area of skin reinforcement  $A_{sk}$  in in.<sup>2</sup>/ft of height on each side face shall satisfy:

$$A_{sk} \geq 0.012 (d_t - 30) \leq \frac{A_s + A_{pr}}{4} \quad (5.7.3.4-2)$$

where:

$A_{pr}$  = area of prestressing steel (in.<sup>2</sup>)

$A_s$  = area of tensile reinforcement (in.<sup>2</sup>)

However, the total area of longitudinal skin reinforcement (per face) need not exceed one-fourth of the required flexural tensile reinforcement  $A_s + A_{pr}$ .

The maximum spacing of the skin reinforcement shall not exceed either  $d_e/6$  or 12.0 in.

**Txy 6.2: Normativa para la Armadura de Piel [AASHTO 2010 – 5.7.3.4]**

**Ask = 0,03048 (d – 75) Ec. 6.9**

d: altura efectiva en cm, por cara

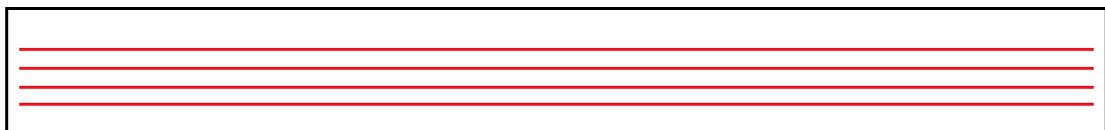
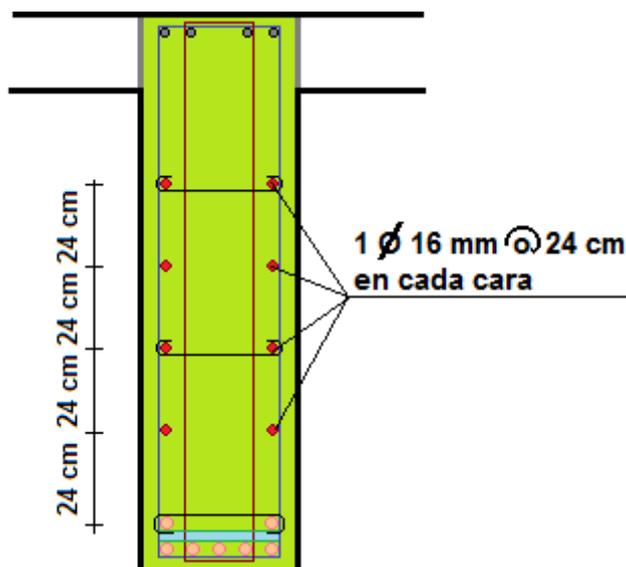
Ask = 0,03048 (147 – 75)

Ask: armadura de piel, en cm<sup>2</sup>, por cada 30 cm de altura, por cara.

Ask = 2.29 cm<sup>2</sup>/30 cm

Ask = 1  $\phi$  16 mm @ 25 cm (el espaciamiento no debe superar los 30 cm, ni d/6)

**Ask = 1  $\phi$  16 mm @ 24 cm**



### Diseño a Cortante:

Las fórmulas para determinación de la fracción del tren de cargas que actúa sobre la viga central seleccionada, a cortante, se describen a continuación [AASHTO 2010 – Tabla 4.6.2.2.3a-1].

Type of Superstructure	Applicable Cross-Section from Table 4.6.2.2.1-1	One Design Lane Loaded	Two or More Design Lanes Loaded	Range of Applicability
Wood Deck on Wood or Steel Beams	a, l	See Table 4.6.2.2.2a-1		
Concrete Deck on Wood Beams	l	Lever Rule	Lever Rule	N/A
Concrete Deck, Filled Grid, Partially Filled Grid, or Unfilled Grid Deck Composite with Reinforced Concrete Slab on Steel or Concrete Beams: Concrete T-Beams, T-and Double T-Sections	a, e, k and also i, j if sufficiently connected to act as a unit	$0.36 + \frac{S}{25.0}$	$0.2 + \frac{S}{12} - \left(\frac{S}{35}\right)^{2.0}$	$3.5 \leq S \leq 16.0$ $20 \leq L \leq 240$ $4.5 \leq t_s \leq 12.0$ $N_b \geq 4$
		Lever Rule	Lever Rule	$N_b = 3$
Cast-in-Place Concrete Multicell Box	d	$\left(\frac{S}{9.5}\right)^{0.6} \left(\frac{d}{12.0L}\right)^{0.1}$	$\left(\frac{S}{7.3}\right)^{0.9} \left(\frac{d}{12.0L}\right)^{0.1}$	$6.0 \leq S \leq 13.0$ $20 \leq L \leq 240$ $35 \leq d \leq 110$ $N_c \geq 3$
Concrete Deck on Concrete Spread Box Beams	b, c	$\left(\frac{S}{10}\right)^{0.6} \left(\frac{d}{12.0L}\right)^{0.1}$	$\left(\frac{S}{7.4}\right)^{0.8} \left(\frac{d}{12.0L}\right)^{0.1}$	$6.0 \leq S \leq 18.0$ $20 \leq L \leq 140$ $18 \leq d \leq 65$ $N_b \geq 3$
		Lever Rule	Lever Rule	$S > 18.0$
Concrete Box Beams Used in Multibeam Decks	f, g	$\left(\frac{b}{130L}\right)^{0.15} \left(\frac{I}{J}\right)^{0.05}$	$\left(\frac{b}{156}\right)^{0.4} \left(\frac{b}{12.0L}\right)^{0.1} \left(\frac{I}{J}\right)^{0.05} \left(\frac{b}{48}\right)$ $\frac{b}{48} \geq 1.0$	$35 \leq b \leq 60$ $20 \leq L \leq 120$ $5 \leq N_b \leq 20$ $25,000 \leq J \leq 610,000$ $40,000 \leq I \leq 610,000$
Concrete Beams Other Than Box Beams Used in Multibeam Decks	h i, j if connected only enough to prevent relative vertical displacement at the interface	Lever Rule	Lever Rule	N/A
Open Steel Grid Deck on Steel Beams	a	Lever Rule	Lever Rule	N/A
Concrete Deck on Multiple Steel Box Beams	b, c	As specified in Table 4.6.2.2.2b-1		

**Tabla 6.9: Distribución de carga viva por cortante, vigas interiores [AASHTO 2010 - 5.5.4.2.1]**

El valor de “g” es:

$$g = 0.2 + \frac{S}{12} - \left(\frac{S}{35}\right)^{2.0}$$

$$g = 0.2 + \frac{9}{12} - \left(\frac{9}{35}\right)^{2.0} = 0.884$$

Las fuerzas cortantes serán el 88.4% de las reportadas en las tablas, pues el factor “g” de distribución de la carga de carril así lo establece.

Las máximas fuerzas cortantes por carga viva, impacto y cargas muertas, se producen en los apoyos de las vigas, pero a diferencia de las vigas convencionales en edificaciones, los cortantes por carga viva en los centros de la luz son relativamente importantes. Además, **por el efecto de las cargas vivas concentradas, de gran magnitud, el cortante crítico no se mide a una distancia “d” del apoyo, sino prácticamente en el apoyo.**

Los siguientes cortantes por carga viva y por carga dinámica, a la altura del apoyo, se obtienen a partir de las tablas anteriores, tomadas del anexo I:

$$V_{LL \text{ HS20-44}} = 0.884 (27.60 \text{ T})$$

$$V_{LL \text{ HS20-44}} = \mathbf{24.40 \text{ T / viga}}$$

$$V_{IM} = 0.33 M_{LL \text{ HS20-44}}$$

$$V_{IM} = 0.33 (24.40 \text{ T})$$

$$V_{IM} = \mathbf{8.05 \text{ T / viga}}$$

$$V_{LL \text{ distr}} = 0.884 (8.55 \text{ T})$$

$$V_{LL \text{ distr}} = \mathbf{7.56 \text{ T / viga}}$$

Los cortantes máximos por carga viva y por impacto serán:

$$V_{LL} = 24.40 + 7.56 = \mathbf{31.96 \text{ T /viga}}$$

$$V_{IM} = \mathbf{8.05 \text{ T / viga}}$$

El diagrama de cortantes por la carga distribuida permanente (peso de viga más peso de losa), equivalentes a una carga de 2,64 T/m, es el siguiente, y el máximo cortante es 23.74 T, en el apoyo.



$$V_{DC} = \mathbf{23.74 \text{ T}}$$

El diagrama de cortantes por la carga distribuida desgastable (peso de la carpeta asfáltica en un ancho de 2.70 m), equivalentes a una carga de 0.297 T/m, es el siguiente, y el máximo cortante es 2.68 T.



$$V_{DW} = \mathbf{2.68 \text{ T}}$$

El cortante último máximo, a la altura de los apoyos, es:

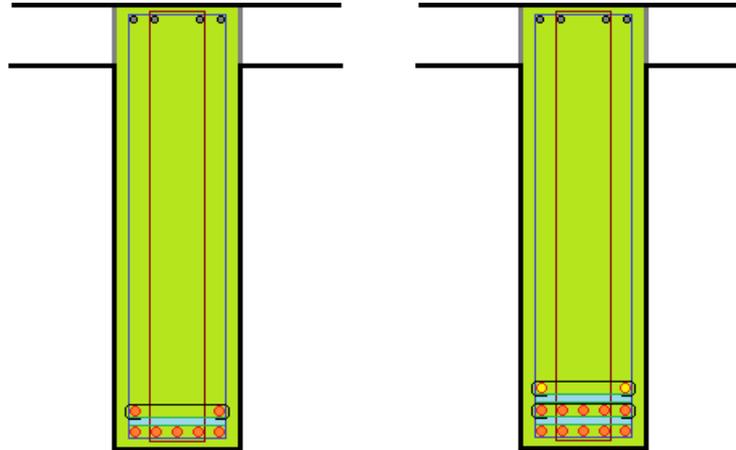
$$U = \mathbf{1.25 \text{ DC} + 1.50 \text{ DW} + 1.75 (\text{LL} + \text{IM})}$$

$$V_U = 1.25 (23.74 T) + 1.5 (2.68 T) + 1.75 (31.96 T + 7.56 T)$$

$$V_U = 102.86 T$$

$$V_U = 102860 \text{ Kg}$$

El armado para cortante, escogido para estribos consta de 2 estribos, como en las figuras siguientes, con un total de 4 ramales resistentes al cortante.



El esfuerzo de corte generado sobre la viga es:

$$v_u = \frac{V_u}{\phi \cdot b_w \cdot d} \quad \text{Ec. 6.10}$$

$$v_u = \frac{102860 \text{ Kg}}{(0.75) \cdot (40 \text{ cm}) \cdot (147 \text{ cm})}$$

$$v_u = 23.32 \text{ Kg/cm}^2$$

El hormigón está en capacidad de resistir el siguiente esfuerzo cortante:

$$v_c = 0.53 \sqrt{f'_c} \quad \text{Ec. 6.11}$$

$$v_c = 8.87 \text{ Kg/cm}^2$$

El área resistente a las fuerzas cortantes es la suma de las áreas de los 4 ramales verticales de estribo (de 12 mm de diámetro).

$$A_v = 4 \times 1.13 \text{ cm}^2$$

$$A_v = 4.52 \text{ cm}^2$$

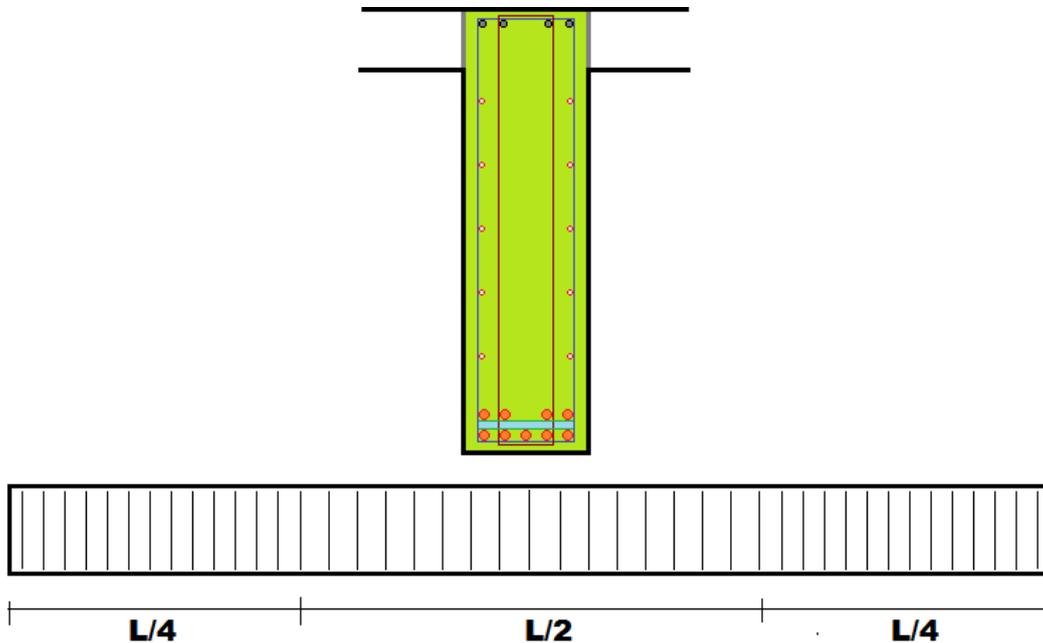
El espaciamiento del par de estribos, requerido en los apoyos, es:

$$s = \frac{A_v \cdot F_y}{(v_u - v_c) \cdot b_w} \quad \text{Ec. 6.12}$$

$$s = \frac{(4.52 \text{ cm}^2) \cdot (4200 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2})}{\left(23.32 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} - 8.87 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}\right) \cdot (40 \text{ cm})}$$

$$s = 32.8 \text{ cm}$$

En la zona de apoyo se colocaran, inicialmente, **2 estribos de 12 mm de diámetro cada 32 cm** (los 2 estribos rectangulares que aparecen en las figuras). En los 2 cuartos centrales de la luz, se colocarán los mismos 2 estribos, cada 70 cm (d/2).



#### Armado Transversal Mínimo:

Debe proporcionarse un armado transversal mínimo de cortante en toda la viga de acuerdo a la siguiente expresión [ACI 2005 11.4.6.3]:

$$A_{v,\text{mín}} = 0.196 \sqrt{f'c} \cdot \frac{b_w \cdot s}{F_y} \quad \text{Ec. 6.13}$$

Donde:

- $f'c$ : Resistencia del hormigón en  $\text{Kg/cm}^2$
- $F_y$ : Esfuerzo de fluencia del acero en  $\text{Kg/cm}^2$
- $b_w$ : Ancho de la viga rectangular o ancho del alma de las vigas T, L o I
- $s$ : Espaciamiento de los estribos en cm

Pero el refuerzo transversal en ningún caso podrá ser menor que [ACI 2005 11.4.6.3]:

$$A_{v,\text{mín}} = \frac{3.5 b_w \cdot s}{F_y} \quad \text{Ec. 6.14}$$

Para esfuerzos de fluencia de  $4200 \text{ Kg/cm}^2$ , la primera ecuación controla el armado transversal mínimo de los hormigones de más de  $320 \text{ Kg/cm}^2$ , mientras que la segunda ecuación define el armado transversal mínimo de los hormigones de menos de  $320 \text{ Kg/cm}^2$ .

$$A_{v,\text{mín}} = 0.196 \sqrt{280}$$

$$A_{v,\text{mín}} = 1.00 \text{ cm}^2$$

$$A_{v,min} = \frac{3.5 (40). (32)}{4200}$$

$$A_{v,min} = 1.07 \text{ cm}^2$$

Se cumple con las dos condiciones de armadura de corte mínima ( $A_v = 4.52 \text{ cm}^2$ ), de modo que la armadura de corte requiere dos estribos de 12 mm de diámetro cada 32 cm.

### Deflexiones y Contraflecha:

El cálculo de deflexiones en hormigón debe ser realizado considerando la fisuración correspondiente por flexión (50% de la inercia teórica de la sección), y el módulo de elasticidad real de los materiales (en la Costa y la Amazonía, con agregado grueso triturado de río,  $15000\sqrt{f'c}$ ; en la sierra, con agregado triturado de mina, entre  $12400\sqrt{f'c}$  y  $13500\sqrt{f'c}$ ).

La deflexión por carga permanente deberá reflejar las deformaciones a largo plazo de los materiales (hormigón armado construido con hormigón de  $f'c=280 \text{ Kg/cm}^2$ , deflexión permanente a largo plazo aproximadamente 2 veces la deflexión instantánea permanente).

La contraflecha deberá ser, como mínimo, equivalente a las deformaciones a corto más largo plazo por cargas permanentes, e inclusive algo más, por manejo de factores psicológicos de los usuarios del puente, y por la incertidumbre del valor exacto del módulo de elasticidad del hormigón y del valor estimado del flujo plástico.

La ecuación de la contraflecha, en vigas simplemente apoyadas, generalmente se toma como una parábola de segundo grado.

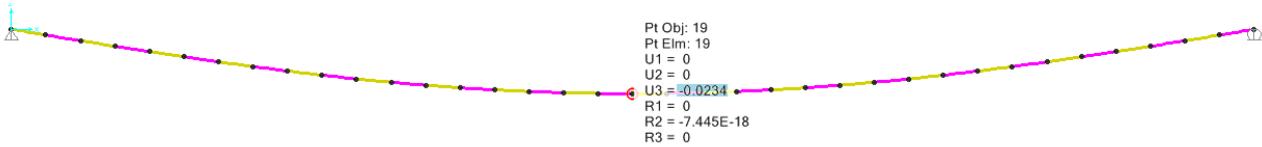
En el ejemplo anterior, para la determinación de la elástica de deformación instantánea de la viga de hormigón armado, se redujo su inercia por el factor 0.35 fijado en ACI-2005 10.11.1 (pudo ser 0.50, como lo establece la NEC 2015).

**10.11.1** — Factored axial forces  $P_u$ , factored moments  $M_1$  and  $M_2$  at the ends of the column, and, where required, relative lateral story deflections,  $\Delta_o$ , shall be computed using an elastic first-order frame analysis with the section properties determined taking into account the influence of axial loads, the presence of cracked regions along the length of the member, and effects of duration of the loads. Alternatively, it shall be permitted to use the following properties for the members in the structure:

- (a) Modulus of elasticity .....  $E_c$  from 8.5.1
- (b) Moments of inertia,  $I$ 
  - Beams.....  $0.35I_g$
  - Columns.....  $0.70I_g$
  - Walls—Uncracked .....  $0.70I_g$
  - Cracked .....  $0.35I_g$
  - Flat plates and flat slabs .....  $0.25I_g$
- (c) Area.....  $1.0A_g$

**Txt. 6.2: Reducción de inercia por fisuración en el hormigón [ACI 05 – 10.11.1]**

Se tomó en consideración el peso propio de la viga, el peso de la losa de tablero, y el peso de 5 cm de una capa de asfalto.



La deflexión instantánea obtenida es de 2.34 cm (1.64 cm si se hubiera reducido la inercia de los elementos flexionados, con un factor de 0.50, conforme recomienda la NEC).

Para un hormigón con resistencia a la rotura de 280 Kg/cm<sup>2</sup>, la deflexión adicional, a largo plazo es casi 2 veces el valor de la deflexión instantánea, de acuerdo a la siguiente tabla y expresiones del ACI 318-14 [ACI 318-2014 24.2.4].

**24.2.4 Cálculo de deflexiones dependiente del tiempo**

**24.2.4.1 Miembros no preesforzados**

**24.2.4.1.1** A menos que los valores se obtengan mediante un análisis más completo, la deflexión adicional dependiente del tiempo, resultante del flujo plástico y retracción en miembros a flexión, debe determinarse multiplicando la deflexión inmediata causada por la carga sostenida por el factor  $\lambda_{\Delta}$

$$\lambda_{\Delta} = \frac{\xi}{1 + 50\rho'} \quad (24.2.4.1.1)$$

**24.2.4.1.2** En la ecuación (24.2.4.1.1),  $\rho'$  es el valor en la mitad de la luz para vanos simples y continuos y en el apoyo para voladizos.

**24.2.4.1.3** En la ecuación (24.2.4.1.1), los valores para el factor dependiente del tiempo para cargas sostenidas,  $\xi$ , se encuentran definidos en la Tabla 24.2.4.1.3.

**Tabla 24.2.4.1.3 — Factor dependiente del tiempo para cargas sostenidas**

Duración de la carga sostenida, meses	Factor dependiente del tiempo, $\xi$
3	1.0
6	1.2
12	1.4
60 ó más	2.0

**Tabla 6.10: Deflexiones a largo plazo en el hormigón armado [ACI 14 – 24.2.4]**

En el presente caso, la cuantía de armado a compresión es 0.0009, que es la mitad de la armadura de temperatura para toda la sección.

$$\lambda = \frac{2.0}{1 + 50 (0.0009)} = 1.914$$

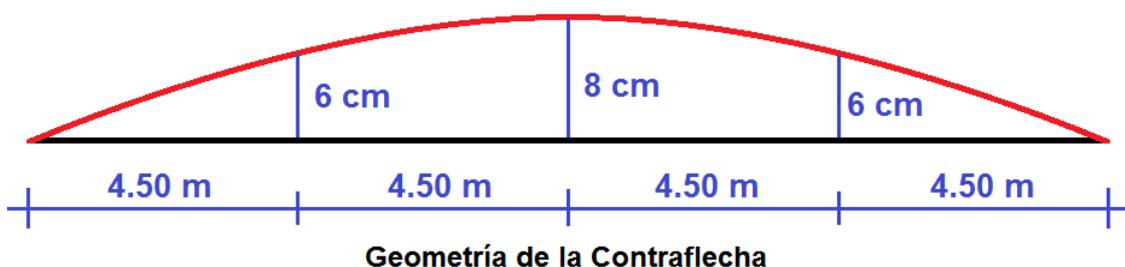
La deflexión adicional, diferida es:

$$\Delta = (1.914) (2.34 \text{ cm}) = 4.48 \text{ cm}$$

La deflexión total es:

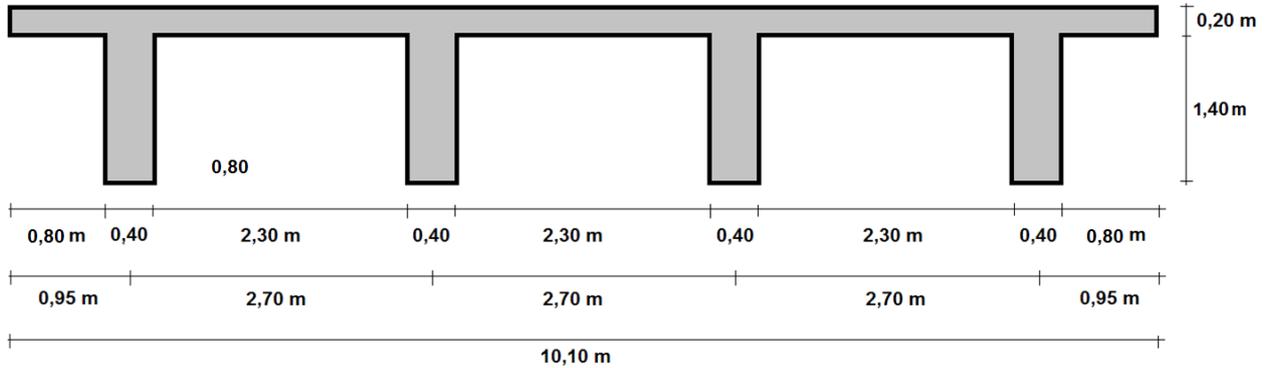
$$\Delta_{\text{tot}} = 2.34 + 4.48 = 6.82 \text{ cm}$$

Se recomienda, por aspectos psicológicos de los usuarios del puente, una contraflecha central de 8 cm (algo mayor a los 6.82 cm teóricos), con geometría parabólica, a lo largo de la viga.

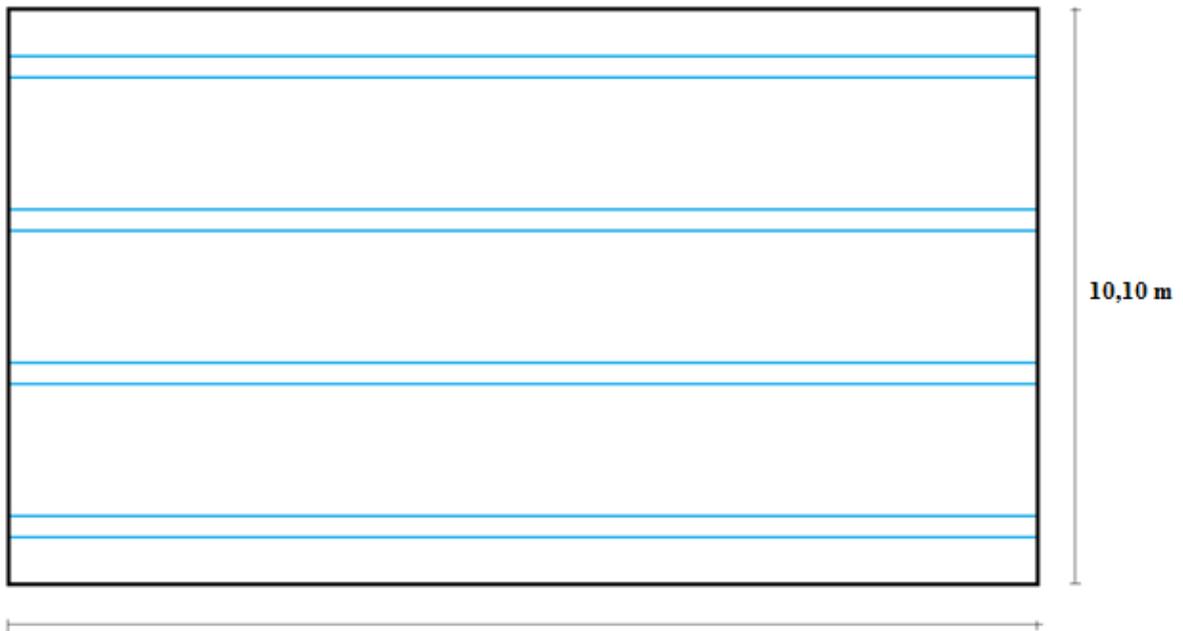


**EJEMPLO 6.2: Diseño de Vigas de Hormigón Armado para el Camión HS-MOP**

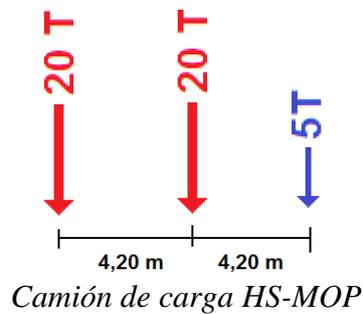
En el ejemplo 6.1, diseñar las vigas para la circulación del camión HS-MOP, utilizando el resto de parámetros de la norma AAHTO LRFD 2010, tomando al camión HS-MOP como un camión real y no conceptual.



*Corte*



*Planta*



**Desarrollo:**

Sólo se analizarán los aspectos que diferencian al diseño para el camión HS-MOP, de 45 Tons. de peso, comparado con el tren de cargas HL-93.

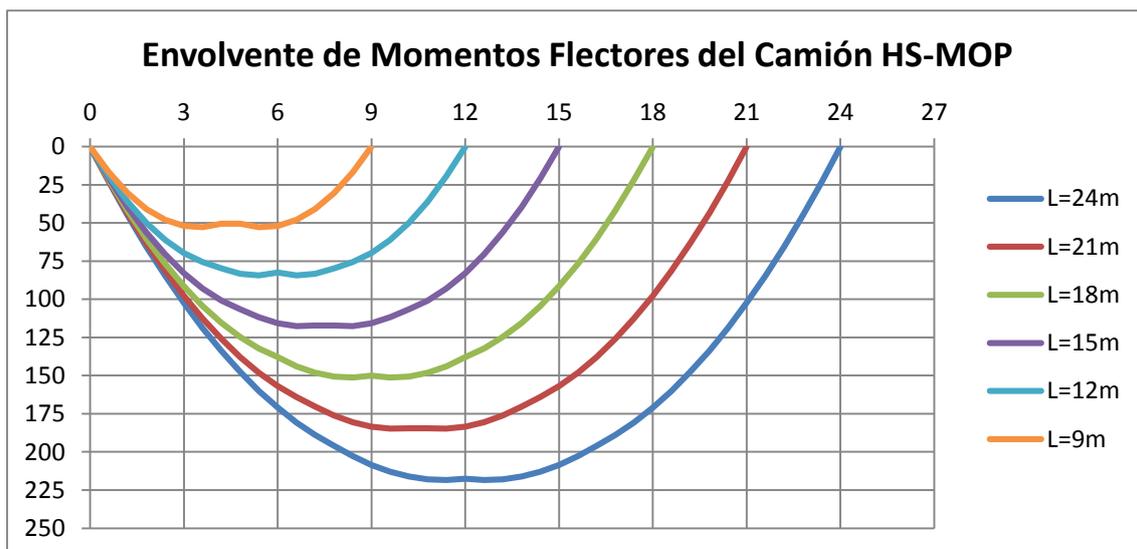
**Cálculo del Factor de Distribución de Carga Viva:**

El factor de distribución de carga ya se calculó en el ejemplo anterior, y fue de 0.817 (81.7 % del tren de cargas, que en este caso es el camión HS-MOP).

De las tablas auxiliares (Anexo 1) se pueden obtener las envolventes de momento flector y de cortante para una viga de 18 m, generada por la carga viva móvil de un carril completo del camión HS-MOP (se debe corregir para el 81.7% de carril, y para impacto, por el factor de carga viva). No se requiere momentos flectores de carga distribuida, pues al ser un camión real, en una longitud de hasta 20.50 m, físicamente no se puede colocar la carga distribuida en los 18 m de longitud de la viga.

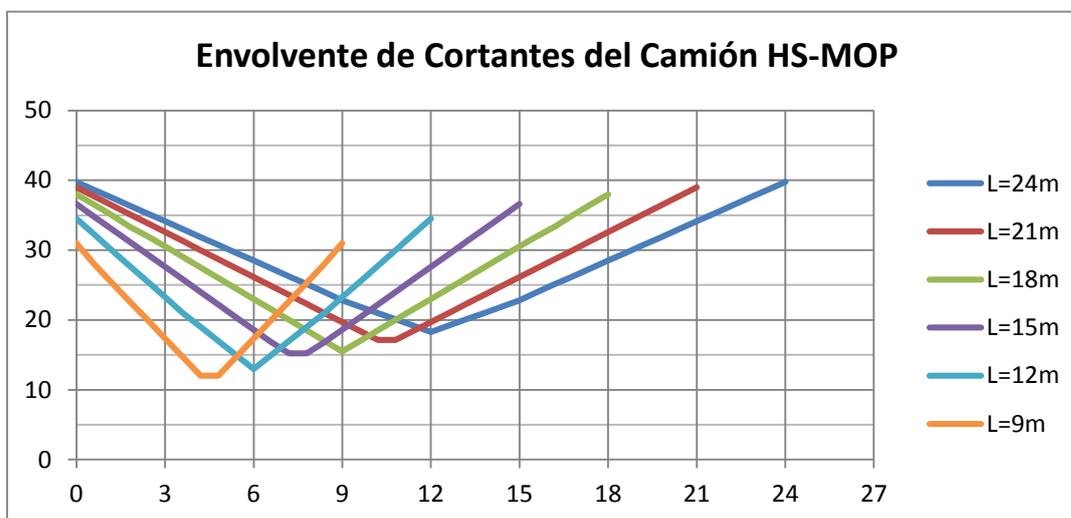
**MOMENTOS FLECTORES POR CARGA VIVA DEL CAMION HS-MOP**

x m	Envolvente Momento Flector del Camión HS-MOP (T-m)					
	L = 24 m	L = 21 m	L = 18 m	L = 15 m	L = 12 m	L = 9 m
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
3,00	102,38	97,71	91,51	82,81	69,75	52,00
6,00	170,99	156,86	138,00	115,80	82,50	52,00
8,40	202,64	180,60	151,20	117,59	75,61	16,80
9,00	208,49	183,43	150,00	115,80	69,75	0,00
9,60	213,00	184,72	151,20	111,84	61,21	
12,00	217,50	183,43	138,00	82,81	0,00	
15,00	208,49	156,86	91,51	0,00		
18,00	170,99	97,71	0,00			
21,00	102,38	0,00				
24,00	0,00					



**CORTANTES POR CARGA VIVA DEL CAMION HS-MOP**

x m	Envolvente Cortantes del Camión HS-MOP (T)						
	L = 24 m	L = 21 m	L = 18 m	L = 15 m	L = 12 m	L = 9 m	L = 6 m
0,00	39,74	39,00	38,00	36,61	34,50	31,00	21,50
3,00	34,13	32,57	30,51	27,60	23,25	17,33	10,01
6,00	28,50	26,14	22,99	18,60	13,00	17,33	21,50
9,00	22,80	19,71	15,50	18,60	23,25	31,00	
12,00	18,30	19,71	22,99	27,60	34,50		
15,00	22,80	26,14	30,51	36,61			
18,00	28,50	32,57	38,00				
21,00	34,13	39,00					
24,00	39,74						



La combinación de cargas últimas de diseño, gravitacional, es:

$$U = 1.25 DC + 1.50 DW + 1.75 (LL + IM)$$

**Diseño a Flexión:**

Los momentos flectores y las fuerzas cortantes serán el 81.8% de los reportados en las tablas, debido a la magnitud del factor “g” de distribución de la carga de carril.

El momento flector crítico se produce muy cerca del centro de la luz, y se calcula como sigue, para el camión HS-MOP, tanto por carga viva como por efecto dinámico o impacto:

$$M_{LL \text{ HS-MOP}} = 0.817 (151.20 \text{ T-m})$$

$$M_{LL \text{ HS20-44}} = 135.67 \text{ T-m / viga}$$

$$M_{IM} = 0.33 M_{LL \text{ HS20-44}}$$

$$M_{IM} = 0.33 (135.67 \text{ T-m})$$

$$M_{IM} = 44.77 \text{ T-m / viga}$$

Los momentos flectores por carga viva y por impacto (efecto dinámico de las cargas) serán

$$M_{LL} = 135.67 \text{ T-m / viga}$$

$$M_{IM} = 44.77 \text{ T-m / viga}$$

Los momentos flectores por carga permanente anclada y por carga permanente desgastable se calcularon en el ejemplo anterior:

$$M_{DC} = 106.91 \text{ T-m}$$

$$M_{DW} = 12.07 \text{ T-m}$$

El momento último de diseño, en las proximidades del centro de la luz es:

$$U = 1.25 DC + 1.50 DW + 1.75 (LL + IM)$$

$$M_U = 1.25 (106.91 \text{ T-m}) + 1.5 (12.07 \text{ T-m}) + 1.75 (135.67 \text{ T-m} + 44.77 \text{ T-m})$$

$$M_U = 467.51 \text{ T-m}$$

$$M_U = 46'751000 \text{ Kg-cm}$$

**Cálculo de la armadura requerida:**

$$d = 144 \text{ cm}$$

$$k = 0.85 f'c.b.d$$

$$k = 0.85 (280 \text{ Kg/cm}^2) (40 \text{ cm}) (146 \text{ cm})$$

$$k = 1'389920 \text{ Kg}$$

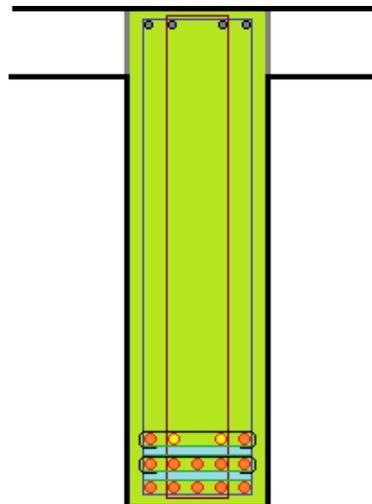
$$A_s = \frac{k}{F_y} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot M_u}{\phi \cdot k \cdot d}} \right]$$

$$A_s = \frac{1'389920 \text{ Kg}}{4200 \text{ Kg/cm}^2} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2 (46'751000 \text{ Kg} - \text{cm})}{(0.90)(1'389920 \text{ Kg})(146 \text{ cm})}} \right]$$

$$A_s = 99,74 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 13 \phi 32 \text{ mm}$$

Se puede colocar la armadura en 2 capas de 5 varillas de 32 mm. y, una tercera capa de 2 varillas de 32 mm, con 2 varillas de 25 mm (un total de 106.30 cm<sup>2</sup>), por simetría de distribución del acero longitudinal, y de los estribos.



**Verificación de armado mínimo:**

El armado obtenido supera al armado mínimo, conforme al desarrollo del ejemplo anterior.

**Verificación de armado máximo:**

La verificación de que la cuantía de armado no supere el 50% de la cuantía balanceada (NEC 2015) no se satisface.

**$A_{s,m\acute{a}x} = 84.39 \text{ cm}^2 < 106.30 \text{ cm}^2$       N.O.K.**

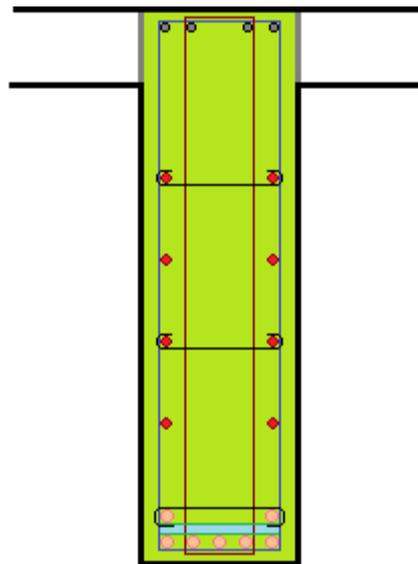
En vigas simplemente apoyadas de puente se puede utilizar la cuantía máxima del 75% de la cuantía balanceada, fijado para elementos que no requieren gran ductilidad a flexión reversible ante sismo.

**$A_{s,m\acute{a}x} = 126.58 \text{ cm}^2 > 106.30 \text{ cm}^2$       O.K.**

La cantidad de acero que se necesita en el centro de la luz, con el camión HS-MOP, es superior a la cantidad de acero requerida con el tren de cargas HL-93.

**Diseño de Armadura de Piel:**

La armadura de piel es la misma que se obtuvo en el ejemplo anterior



**Diseño a Cortante:**

Igual que en el caso de flexión, las fuerzas cortantes serán el 88.4% de las reportadas en las tablas, por el factor “g” de distribución de la carga de carril.

$V_{LL \text{ HS-MOP}} = 0.884 (38.00 \text{ T})$

**$V_{LL \text{ HS-MOP}} = 33.59 \text{ T / viga}$**

$V_{IM} = 0.33 M_{LL \text{ HS20-44}}$

$$V_{IM} = 0.33 (33.59 \text{ T})$$

$$V_{IM} = 11.09 \text{ T / viga}$$

Los cortantes máximos por carga viva y por impacto serán:

$$V_{LL} = 33.59 \text{ T / viga}$$

$$V_{IM} = 11.09 \text{ T / viga}$$

NOTA: No se ha incluido en la carga viva el efecto de una carga distribuida, pues si el camión HS-MOP es un camión real, conforme a la documentación del MTOP mide normalmente 20.50 m de longitud, no hay espacio físico real en el puente de sólo 18 m, para acomodar vehículos livianos dentro del puente.

$$V_{DC} = 23.74 \text{ T}$$

$$V_{DW} = 2.68 \text{ T}$$

El cortante último máximo, a la altura de los apoyos, es:

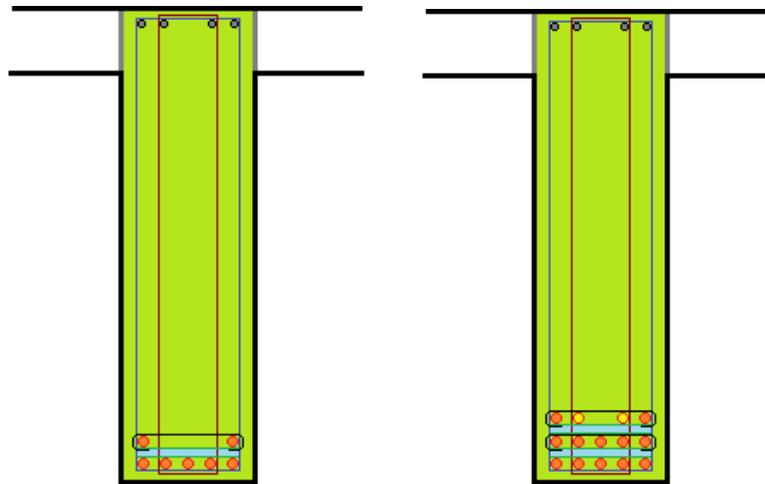
$$U = 1.25 DC + 1.50 DW + 1.75 (LL + IM)$$

$$V_U = 1.25 (23.74 \text{ T}) + 1.5 (2.68 \text{ T}) + 1.75 (33.59 \text{ T} + 11.09 \text{ T})$$

$$V_U = 111.89 \text{ T}$$

$$V_U = 111890 \text{ Kg}$$

El armado para cortante, escogido para estribos consta de 2 estribos, como en la figura, con un total de 4 ramales resistentes al cortante.



El esfuerzo de corte generado sobre la viga es:

$$v_u = \frac{V_u}{\phi \cdot b_w \cdot d}$$

$$v_u = \frac{111890 \text{ Kg}}{(0.75) \cdot (40 \text{ cm}) \cdot (148 \text{ cm})}$$

$$v_u = 25.20 \text{ Kg/cm}^2$$

$$A_v = 4 \times 1.13 \text{ cm}^2 = 4.52 \text{ cm}^2$$

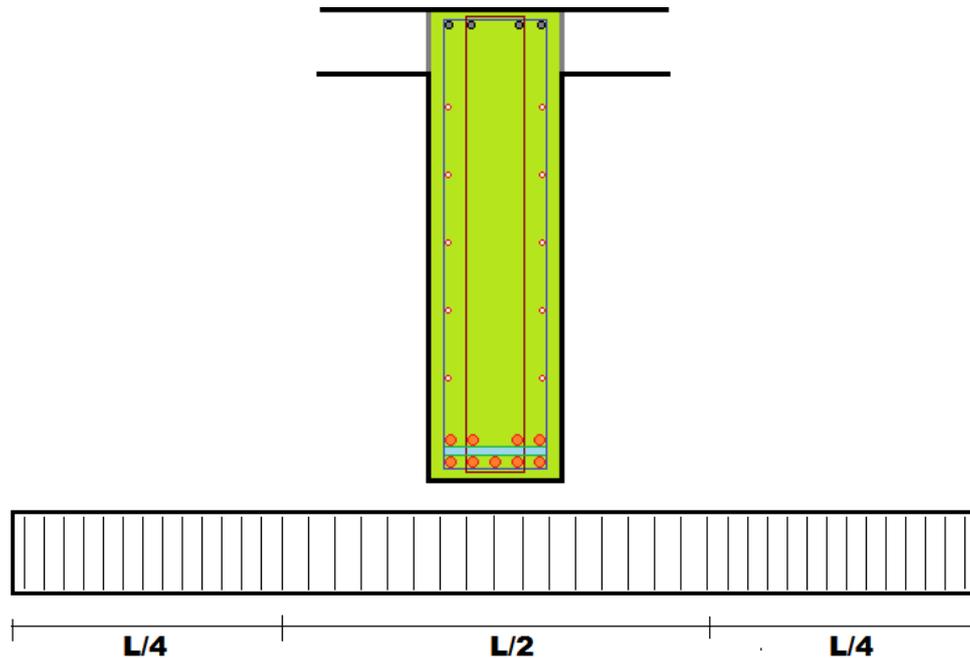
El espaciamiento del par de estribos, requerido en los apoyos, es:

$$s = \frac{A_v \cdot F_y}{(v_u - v_c) \cdot b_w}$$

$$s = \frac{(4.52 \text{ cm}^2) \cdot (4200 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2})}{\left(25.20 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} - 8.87 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}\right) \cdot (40 \text{ cm})}$$

$$s = 29.1 \text{ cm}$$

En la zona de apoyo se colocaran, inicialmente, 2 estribos de 12 mm de diámetro cada 29 cm (los 2 estribos rectangulares que aparecen en las figuras). En los 2 cuartos centrales de la luz, se colocarán los mismos 2 estribos, cada 70 cm (d/2).



#### **Armado Transversal Mínimo:**

El armado transversal propuesto cumple con los requerimientos AASHTO de armado mínimo, conforme al ejemplo anterior.

#### **EJEMPLO 6.3: Vigas de Acero con Losa de Hormigón Armado**

Diseñar las vigas I de acero A588 de un puente simplemente apoyado de 39 m de luz libre y 10.60 m de ancho de tablero.

El predimensionamiento del puente define que está constituido por 4 vigas I de acero A588. Las vigas tienen una altura total de 1.80 m, con alas de 35 cm, y se requerirá un refuerzo a flexión mediante una platina soldada al ala inferior. El espesor base de las alas se estimó en 3 cm, y el del alma, en 1.4 cm. El tren de cargas de diseño es el HL-93 definido por el código AASHTO. La distancia entre ejes de vigas es de 2.90 m.

La altura mínima de la viga metálica tipo I se fija en las Tablas 6.1 y 6.11.

Material	Type	Simple Spans	Continuous Spans
Steel	Overall Depth of Composite I-Beam	0.040L	0.032L
	Depth of I-Beam Portion of Composite I-Beam	0.033L	0.027L
	Trusses	0.100L	0.100L

**Tabla 6.11: Alturas mínimas de vigas I de acero y mixtas [AASHTO 2010 – 2.5.2.6.3-1]**

El espesor de la losa de hormigón armado se definió en 20 cm (el espesor más común para los puentes simplemente apoyados más frecuentes), con un hormigón cuya resistencia se especificó en  $f'c = 280 \text{ Kg/cm}^2$ .

$$h_{\text{mín}} = 0.033 L$$

$$h_{\text{mín}} = 0.033 (39.00 \text{ m}) = 1.287 \text{ m}$$

$$1.80 \text{ m} > 1.287 \text{ m}$$

**O.K.**

La altura mínima de la viga mixta también se establece en las Tablas 6.1 y 6.11

$$h_{\text{mín}} = 0.040 L$$

$$h_{\text{mín}} = 0.040 (39.00 \text{ m}) = 1.56 \text{ m}$$

$$2.00 \text{ m} > 1.56 \text{ m}$$

**O.K.**

Además se debe cumplir con las siguientes condiciones de las alas de la viga I, para que la viga funcione como tal.

6.10.2.2—Flange Proportions	C6.10.2.2
<p>Compression and tension flanges shall be proportioned such that:</p> $\frac{b_f}{2t_f} \leq 12.0, \quad (6.10.2.2-1)$ $b_f \geq D/6, \quad (6.10.2.2-2)$ $t_f \geq 1.1t_w, \quad (6.10.2.2-3)$ <p>and:</p> $0.1 \leq \frac{I_{yc}}{I_{yt}} \leq 10 \quad (6.10.2.2-4)$ <p>where:</p> <p><math>I_{yc}</math> = moment of inertia of the compression flange of the steel section about the vertical axis in the plane of the web (in.<sup>4</sup>)</p> <p><math>I_{yt}</math> = moment of inertia of the tension flange of the steel section about the vertical axis in the plane of the web (in.<sup>4</sup>)</p>	<p>Eq. 6.10.2.2-1 is a practical upper limit to ensure the flange will not distort excessively when welded to the web. White and Barth (1998) observe that the cross-section aspect ratio <math>D/b_f</math> is a significant parameter affecting the strength and moment-rotation characteristics of I-sections. Eq. 6.10.2.2-2 limits this ratio to a maximum value of 6. Experimental test data are limited for sections with very narrow flanges. A significant number of the limited tests that have been conducted have indicated relatively low nominal flexural and shear resistances relative to the values determined using these and previous Specifications. Limiting this ratio to a maximum value of 6 for both the compression and tension flanges ensures that stiffened interior web panels, with the section along the entire panel proportioned to satisfy Eq. 6.10.9.3.2-1, can develop postbuckling shear resistance due to tension-field action (White et al., 2004). Eq. 6.10.2.2-2 provides a lower limit on the flange width. In most practical cases, a wider flange will be required, particularly for horizontally curved girders. Note that Eq. C6.10.3.4-1 should be also considered, as applicable, in conjunction with these flange proportion limits to establish appropriate minimum flange widths. Eq. 6.10.2.2-3 ensures that some restraint will be provided by the flanges against web shear buckling, and also that the boundary conditions assumed at the web-flange juncture in the web bend-buckling and compression-flange local buckling formulations within these Specifications are sufficiently accurate. The ratio of the web area to the compression flange area is always less than or equal to 5.45 for members that satisfy Eqs. 6.10.2.2-2 and 6.10.2.2-3.</p>

**Txt. 6.3: Proporciones de las alas [AASHTO 10 -6.10.2.2]**

Las 4 condiciones se cumplen, conforme al siguiente detalle:

$$\frac{b_f}{2t_f} = \frac{35 \text{ cm}}{2(3 \text{ cm})} = 5.83 < 12$$

O. K. compacidad de ala

$$b_f = 35 \text{ cm} ; \frac{D}{6} = \frac{180 \text{ cm}}{6} = 30 \text{ cm}$$

$$35 \text{ cm} > 30 \text{ cm}$$

O.K. proporción ala / altura

$$t_f = 3 \text{ cm} ; 1.1 t_w = 1.1 (1.4 \text{ cm}) = 1.54 \text{ cm}$$

$$3 \text{ cm} > 1.54 \text{ cm}$$

O.K. dominio de ala rígida

$$I_{yc} = \frac{(3)(35)^3}{12} = 10719 \text{ cm}^4$$

$$I_{yt} = \frac{(3)(35)^3}{12} = 10719 \text{ cm}^4$$

$$\frac{I_{yc}}{I_{yt}} = 1.0$$

$$0.1 < \frac{I_{yc}}{I_{yt}} < 10$$

O. K. viga I y no viga T

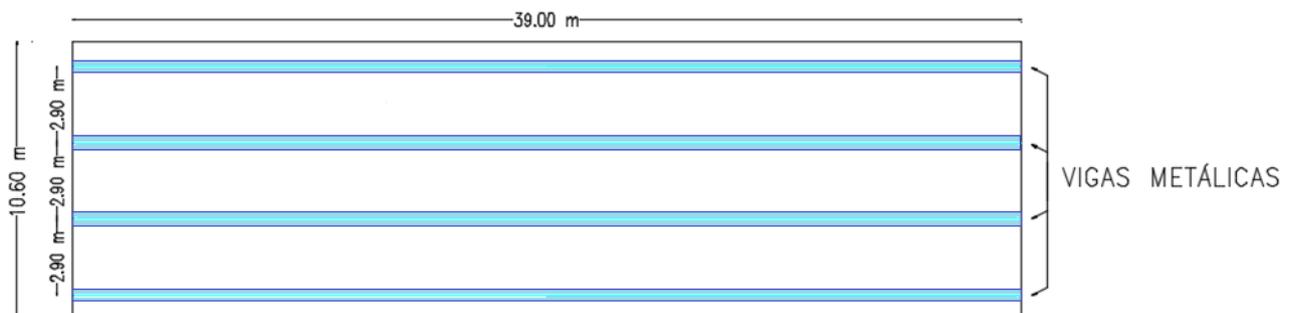
### **Etapas de Funcionamiento de la Estructura:**

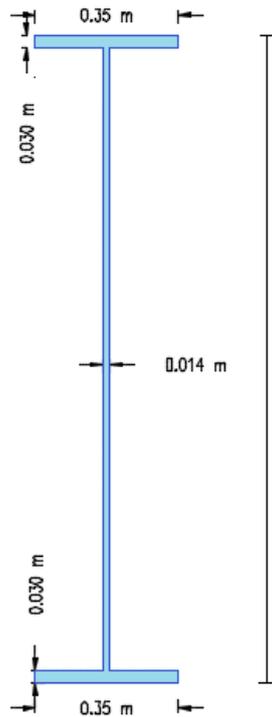
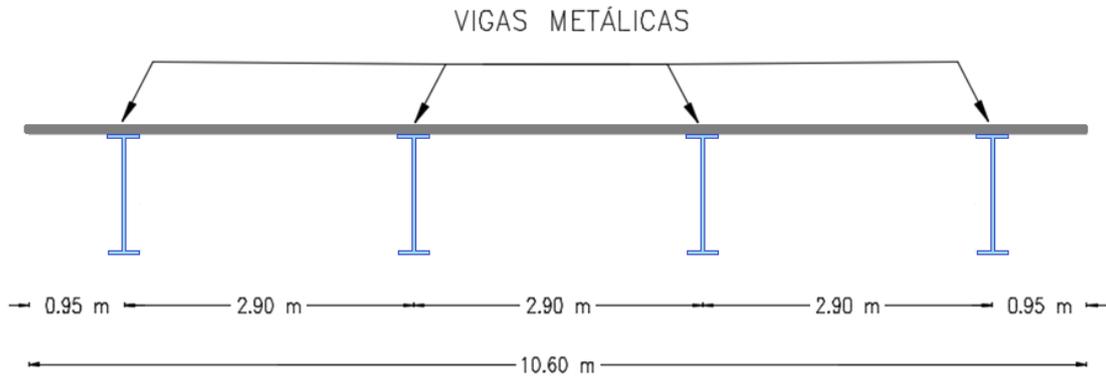
La estructura debe ser analizada en cada una de las etapas de construcción y operación, pues por el principio de superposición de efectos, dentro de los rangos elástico (viga I de acero) y casi elástico (hormigón armado en la viga mixta), cada etapa podrá tener efecto dentro de esa etapa y sobre las etapas siguientes. Al final deberá verificarse la estructura para su capacidad última, antes del colapso.

- Primera Etapa: Lanzamiento y montaje de las vigas metálicas
- Segunda Etapa: Fundición de la losa de tablero, sobre vigas metálicas
- Tercera Etapa: Operación del Puente, con Viga Mixta

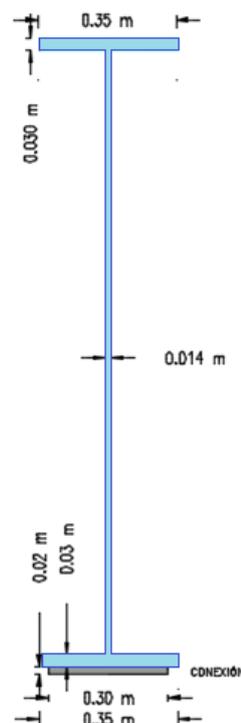
**En general, se diseña para esfuerzos admisibles, y se verifica para capacidad última, con lo que se logra control sobre los esfuerzos en el acero, y sobre las deformaciones por condiciones de serviciabilidad. Para estructuras mixtas acero-hormigón, en puentes, no es suficiente el diseño por capacidad última.**

#### **a. DISEÑO POR ESFUERZOS ADMISIBLES:**





*Viga metálica cerca de apoyos*



*Viga en zona central, con refuerzo estimado*

$$t_{f2} = \frac{0,35 * 0,03 + 0,30 * 0,02}{35}$$

$$t_{f2} = 0,0471 \text{ m}$$

(espesor equivalente, uniforme, para el ala inferior)

### ➤ PRIMERA ETAPA: LANZAMIENTO DE VIGAS

Las vigas son movilizadas con grúas hasta su ubicación definitiva en la estructura de tablero.

La sección transversal de la viga es de 513.59 cm<sup>2</sup> (obtenida en la hoja electrónica de apoyo), lo que genera un peso por metro de cada viga de 0.4032 T/m.



El momento flector por peso propio de la viga es 76.6 T-m, que añadido un 10% por efecto de celosías de arriostramiento entre vigas vecinas (7.7 T-m), representa 84.3 T-m.

Momento flector máximo = 84.3 T-m (peso propio de viga, simplemente

Apoyada, y arriostramientos)

$I = 2696921 \text{ cm}^4 = 0.02696 \text{ m}^4$  (ver hoja electrónica)

$$\sigma = \frac{M \cdot c}{I}$$

**Ec. 6.15**

$$\sigma_1 = \frac{(84.3 \text{ T} - \text{m}) \cdot (0.811 \text{ m})}{0.02696 \text{ m}^4} = 2535 \text{ T/m}^2 \quad (\text{tracción})$$

$$\sigma_2 = \frac{(84.3 \text{ T} - \text{m}) \cdot (1.006 \text{ m})}{0.02696 \text{ m}^4} = 3145 \text{ T/m}^2 \quad (\text{compresión})$$

$\sigma < \sigma_{\text{máx}}$

$254 \text{ Kg/cm}^2 < 2310 \text{ Kg/cm}^2$  O.K.

$315 \text{ Kg/cm}^2 < 2310 \text{ Kg/cm}^2$  O.K.

Para diseños por serviciabilidad, el máximo esfuerzo por flexión en el acero, fijado por AISC-ASD, para vigas I simétricas, compactas y arriostradas en su ala de compresión, con soldadura continua entre el alma y las alas es el 66% del esfuerzo de fluencia ( $F_b = 0.66 \times 3500 = 2310 \text{ Kg/cm}^2$ ), siempre que la longitud entre arriostramientos transversales no supere los valores de las siguientes expresiones:

$$L_c = 76 \frac{b_f}{\sqrt{F_y}} = 148 \text{ in} = 375 \text{ cm}$$

$$L_c = \frac{20000}{(d/A_f) \cdot F_y} = 91 \text{ in} = 231 \text{ cm}$$

En el caso de vigas metálicas integradas a una losa de hormigón armado, mediante conectores de corte, esas distancias entre arriostramientos se cumplen automáticamente por las distancias pequeñas entre conectores de corte, y por la inmensa rigidez de las losas en la dirección del pandeo horizontal del ala comprimida de la viga.

#### ASD Bending Stresses

The ASD requirements for bending strength follow, in concept, the LRFD provisions in that allowable stresses are defined based on the member cross section, the width/thickness and depth/thickness ratios of its elements, the direction of loading, and the extent of lateral support provided to the compression flange.

The allowable bending stress for a compact shape depends on the laterally unsupported length  $L$  of the compression flange. The allowable stress also depends on the stiffness of the compression part of the cross section as measured by  $L/r_T$ , where  $r_T$  is the radius of gyration of a section comprising the compression flange and one-third of the web area in compression, taken about an axis in the plane of the web.

The largest bending stress permitted for a compact section symmetrical about and loaded in the plane of its minor axis is

$$F_b = 0.66F_y \quad (6.55)$$

This stress can be used, however, only if  $L$  does not exceed the smaller of the values of  $L_c$  computed from Eqs. (6.56) and (6.57):

$$L_c = 76b_f/\sqrt{F_y} \quad (6.56)$$

$$L_c = \frac{20,000}{(d/A_f)F_y} \quad (6.57)$$

where  $b_f$  = width of flange, in  
 $d$  = nominal depth of the beam, in  
 $A_f$  = area of the compression flange, in<sup>2</sup>  
 $F_y$  = minimum specified yield stress, ksi

#### *Txt. 6.4: Esfuerzos de Flexión Admisibles según ACI*

Es muy importante mencionar que, si bien los esfuerzos en la viga son relativamente bajos, durante su lanzamiento y montaje, se debe cuidar la posibilidad de que el ala superior sufra pandeo lateral, para lo que se unen transversalmente, al menos 2 vigas, mediante estereocelosis estilo cruz de San Andrés.



**Fig. 6.12: Montaje de vigas metálicas de puente**

El peso de estas celosis representa normalmente menos de un 10% adicional del peso propio de las vigas, que ya fue tomado en consideración en este ejercicio.

La norma AASHTO-ASD 1998, por su parte, es algo más severa en cuanto a los esfuerzos admisibles máximos, pues toma en consideración el efecto de la frecuencia con que la estructura alcanza porcentajes muy altos de la carga viva máxima, por lo que recomienda el 55% del esfuerzo de fluencia del acero como esfuerzo admisible (5/6 de AISC).

**TABLE 11.16** Basic Allowable Stresses, ksi, for Allowable Stress Design of Highway Bridges<sup>a</sup>

Loading condition	Allowable stress, ksi
<b>Tension:</b>	
Axial, gross section without bolt holes	$0.55F_y$
Axial, net section	$0.55F_y^b$
Bending, extreme fiber of rolled shapes, girders, and built-up sections, gross section <sup>c</sup>	$0.55F_y$
<b>Compression:</b>	
Axial, gross section in:	
Stiffeners of plate girders	$0.55F_y$
Splice material	$0.55F_y$
Compression members; <sup>d</sup>	
$KL/r \leq C_c$	$\frac{F_y}{F.S.} \left[ 1 - \frac{(KL/r)^2 F_y}{4\pi^2 E} \right]$
$KL/r \geq C_c$	$\frac{\pi^2 E}{F.S.(KL/r)^2}$
<b>Bending, extreme fiber of:</b>	
Rolled shapes, girders, and built-up sections with:	
Compression flange continuously supported	$0.55F_y$
Compression flange intermittently supported <sup>e</sup>	$\frac{50 \times 10^6 C_b \left( \frac{I_{yc}}{L} \right)}{S_{xc}} \times \sqrt{0.772 \frac{J}{I_{yc}} + 9.87 \left( \frac{d}{L} \right)^2}$

**Tabla 6.12: Esfuerzos Admisibles conforme a [AASHTO 2010 - 11.16]**

➤ **SEGUNDA ETAPA: FUNDICIÓN DE LOSA DE TABLERO**

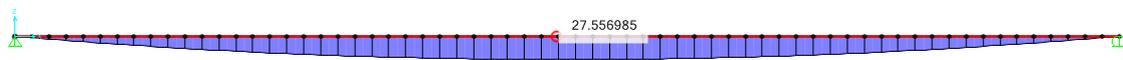
Las vigas están ubicadas en su sitio definitivo, adecuadamente arriostradas en la dirección transversal; se ha colocado el encofrado para la losa, se ha colocado la armadura especificada para la losa, y se procede a su fundición del hormigón. Debido a que el hormigón no tiene ninguna resistencia, sólo las vigas metálicas deben resistir las cargas en esta etapa.

**Cargas Permanentes**

- Peso de la viga y arriostramientos
- Peso del encofrado (50 Kg/m<sup>2</sup>)

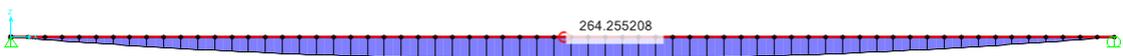
**Momento**

84.3 T - m  
27.6 T-m



- Peso de la losa de 20 cm con hormigón fresco

264.3 T-m



- Sobrecarga de fundición (50 kg/m<sup>2</sup>)

27.6 T-m



$\Sigma = 403.8$  T-m

$$\sigma_1 = \frac{(403.8 \text{ T} - \text{m}) \cdot (0.811 \text{ m})}{0.02696 \text{ m}^4} = 12146 \text{ T/m}^2 \quad (\text{tracción})$$

$$\sigma_2 = \frac{(403.8 \text{ T} - \text{m}) \cdot (1.006 \text{ m})}{0.02696 \text{ m}^4} = 15068 \text{ T/m}^2 \quad (\text{compresión})$$

$$\sigma < \sigma_{\text{máx}}$$

$$1215 \text{ Kg/cm}^2 < 2310 \text{ Kg/cm}^2 \quad \text{O.K.}$$

$$1507 \text{ Kg/cm}^2 < 2310 \text{ Kg/cm}^2 \quad \text{O.K.}$$

Nota: aparentemente existe suficiente reserva de capacidad admisible para las otras cargas que aparecen durante la etapa de servicio, pero deberá verificarse en etapa de servicio, y de capacidad última.

### ➤ TERCERA ETAPA (SERVICIO)

La losa de hormigón ya ha ganado la resistencia requerida, y debido a la presencia de conectores de corte, se ha integrado a las vigas de acero, de modo que el sistema resistente de las cargas está constituido por vigas mixtas (acero y hormigón).

El problema fundamental es que al momento de conformarse las vigas mixtas, todas las cargas anteriores ya han deformado a la viga de acero y, aunque algunas de ellas se retiraron rápidamente, hay otras que permanecieron todo el tiempo; por consiguiente ya se han introducido los esfuerzos determinados con anterioridad, para el peso de la viga metálica, del sistema de arriostramiento de vigas, y de la losa con hormigón seco, y solamente las nuevas cargas (asfalto y cargas vivas) serán resistidas por las vigas mixtas.

#### Cargas Permanentes sobre viga metálica

- Peso de la viga más arriostramiento
- Peso de la losa seca

#### Momento

$$84.3 \text{ T} - \text{m}$$

$$264.3 \text{ T} - \text{m}$$

$$\Sigma = 348.6 \text{ T} - \text{m}$$

$$\sigma_1 = \frac{(348.6 \text{ T} - \text{m}) \cdot (0.811 \text{ m})}{0.02696 \text{ m}^4} = 1049 \text{ Kg/cm}^2 \quad (\text{tracción})$$

$$\sigma_2 = \frac{(348.6 \text{ T} - \text{m}) \cdot (1.006 \text{ m})}{0.02696 \text{ m}^4} = 1301 \text{ Kg/cm}^2 \quad (\text{compresión})$$

#### Cargas Permanentes sobre viga mixta

- Peso del asfalto

#### Momento

$$60.6 \text{ T} - \text{m}$$



**Cargas Vivas sobre viga mixta**

**Momento**

Estos valores fueron tomados del Anexo I, para una luz del puente  $L=39.00\text{m}$ , y un carril total de carga.

- Camión HS20-44  $280.9 T - m$

MOMENTOS FLECTORES POR CARGA VIVA DEL CAMION HS 20-44							
x m	Envolvente Momento Flector del Camión HS20-44 (T-m)						
	L = 42 m	L = 39 m	L = 36 m	L = 33 m	L = 30 m	L = 27 m	L = 24 m
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,60	18,03	17,90	17,76	17,59	17,39	17,14	16,83
1,20	35,49	35,20	34,87	34,47	34,00	33,41	32,69
1,80	52,39	51,90	51,32	50,64	49,82	48,81	47,56
18,00	301,35	280,45	256,06	231,39	201,79	165,62	124,21
18,60	303,22	280,95	256,49	230,08	198,39	160,68	116,21
19,20	304,53	280,85	256,27	228,06	194,21	154,87	107,22
19,80	305,27	280,85	255,40	225,33	189,24	148,19	97,25
20,40	305,46	280,95	253,88	221,88	184,10	140,63	86,30
21,00	305,09	280,45	251,70	217,72	178,48	132,20	74,37
21,60	305,46	279,34	248,86	212,85	172,07	122,91	61,45
22,20	305,27	277,63	245,38	207,54	164,88	112,74	47,56

- Carga distribuida  $180.58 T - m$

MOMENTOS FLECTORES POR CARGA VIVA DISTRIBUIDA HL-93							
x m	Envolvente Momento Flector de La Carga Distribuida HL-93 (T-m)						
	L = 42 m	L = 39 m	L = 36 m	L = 33 m	L = 30 m	L = 27 m	L = 24 m
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,60	11,80	10,94	10,09	9,23	8,38	7,52	6,67
1,20	23,26	21,55	19,84	18,13	16,42	14,71	13,00
18,00	205,20	179,55	153,90	128,25	102,60	76,95	51,30
18,60	206,74	180,23	153,73	127,22	100,72	74,21	47,71
19,20	207,94	180,58	153,22	125,86	98,50	71,14	43,78
19,80	208,79	180,58	152,36	124,15	95,93	67,72	39,50
20,40	209,30	180,23	151,16	122,09	93,02	63,95	34,88
21,00	209,48	179,55	149,63	119,70	89,78	59,85	29,93
21,60	209,30	178,52	147,74	116,96	86,18	55,40	24,62
22,20	208,79	177,16	145,52	113,89	82,25	50,62	18,98

- Efecto dinámico (impacto)  $0.33 \times 280.9 = 92.7 T - m$

Los valores de cargas vivas e impacto deben ser afectados por un factor “g”, el cual representa la fracción de carga que actúa sobre cada viga calculada de la siguiente manera, conforme a [AASHTO 2010 - 4.6.2.2.2b-1].

Al aplicar el formulario al caso analizado, de vigas metálicas, se tiene:

S (espaciamiento entre vigas longitudinales) = 2.90 m = 9.51 ft,

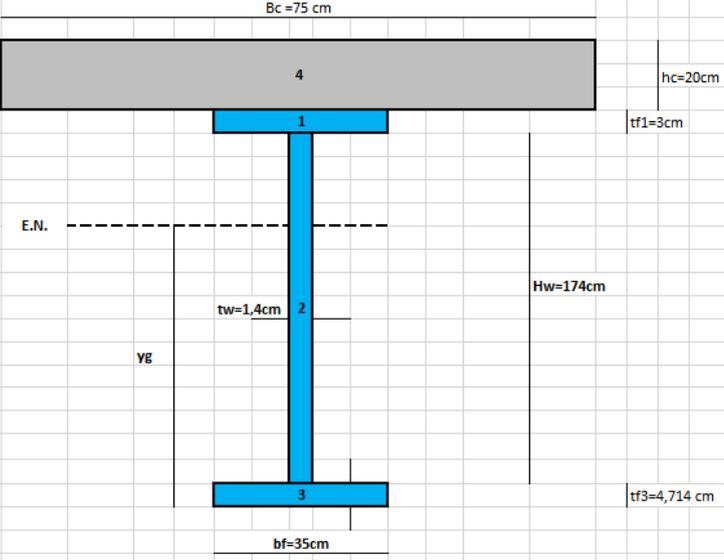
ts (espesor de losa) = 20 cm = 8"

L (luz libre de la viga) = 39 m = 127.9 ft

Nb (número de vigas) = 4

Kg (parámetro de rigidez longitudinal):

PROPIEDADES ELÁSTICAS VIGAS I y T		(e = 2 cm y 3 cm)	
f'c=	280 Kg/cm <sup>2</sup>		
Sector 1 y 3		Sector 2	
bf	35 cm	Hw	174 cm
tf1	3 cm	tw	1,4 cm
tf3	4,714 cm	A2	243,6 cm <sup>2</sup>
A1	105 cm <sup>2</sup>	I2	614603 cm <sup>4</sup>
A3	164,99 cm <sup>2</sup>	Mg2	22341,53
I1	78,7500 cm <sup>4</sup>		
I3	305,5312 cm <sup>4</sup>	As	513,59 cm <sup>2</sup>
Mg1	18922,47		
Mg3	388,88143		
Sector 4			
Bc	75 cm		
hc	20 cm		
A4	1500 cm <sup>2</sup>		
nE	8,37	Por módulo elástico	
nσ	18,38	Por esfuerzo último	
b <sub>E</sub>	8,96		
b <sub>c</sub>	4,08		
A4eq1	179,3 cm <sup>2</sup>	Por módulo elástico	
A4eq2	81,60 cm <sup>2</sup>	Por esfuerzo último	
I4	50000,00 cm <sup>4</sup>		
I4eq1	5976,14 cm <sup>4</sup>	Por módulo elástico	
I4eq2	2720,00 cm <sup>4</sup>	Por esfuerzo último	
Mg4	34371,30864		



Mgt	76024,19047		Mgt2	41652,8818
yg	109,72		yg	81,1014269
Ig1	521822,95	2135019	Ig1	1031525,48
Ig2	693607,44	918703	Ig2	642038,67
Ig3	1902217,99	101693	Ig3	1023356,51
Ig4	1211221,46	950787		
Itotal	4328869,84		Itotal	2696920,65
<b>PRESUPUESTO</b>				
Area acero	513,59 cm <sup>2</sup>			
Longitud	12,00 m			
<b>Peso parcial por viga</b>	<b>4,83802 T</b>			

$$A = 513.59 \text{ cm}^2 = 79.61 \text{ in}^2$$

$$n \text{ (cociente entre E de viga y E de losa)} = 2'100000 / 250998$$

$$n = 8.37$$

$$e_g \text{ (distancia entre C.G. de viga y de losa)} = (181.714 \text{ cm} - 81.101 \text{ cm}) + 10 \text{ cm}$$

$$e_g = 110.613 \text{ cm} = 43.55''$$

I = inercia de la viga metálica

$$I = 2696920.65 \text{ cm}^4 = 64793.8 \text{ in}^4$$

$$K_g = n (I + A \cdot e_g^2)$$

$$K_g = (8.37)[64793.8 \text{ in}^4 + (79.61 \text{ in}^2) \cdot (43.55 \text{ in})^2]$$

$$K_g = 1'806098 \text{ in}^4$$

Todos los parámetros están dentro de los límites establecidos en la metodología [AASHTO 4.6.2.2.2b-1]:

$$3.5 \text{ ft} \leq S \leq 16.0 \text{ ft}$$

$$S = 9.51 \text{ ft}$$

$$4.5'' \leq t_s \leq 12.0''$$

$$t_s = 8''$$

$$20 \text{ ft} \leq L \leq 240 \text{ ft}$$

$$L = 118.1 \text{ ft}$$

$$N_b \geq 4 \text{ vigas}$$

$$N_b = 4 \text{ vigas}$$

$$10000 \text{ in}^4 \leq K_g \leq 7'000000 \text{ in}^4$$

$$K_g = 1'806098 \text{ in}^4$$

Se utiliza directamente la expresión propuesta en [AASHTO 2010 - 4.6.2.2.2b-1], para el caso de "... Tablero compuesto de losa de hormigón armado sobre vigas de acero o de hormigón ...", para el caso de 2 carriles cargados.

$$g = 0.075 + \left(\frac{S}{9.5}\right)^{0.6} \cdot \left(\frac{S}{L}\right)^{0.2} \cdot \left(\frac{K_g}{12.0 L \cdot t_z^3}\right)^{0.1}$$

$$g = 0.075 + \left(\frac{9.51}{9.5}\right)^{0.6} \cdot \left(\frac{9.51}{118.1}\right)^{0.2} \cdot \left(\frac{1806098}{12.0 (118.1) \cdot (8)^3}\right)^{0.1}$$

$$g = 0.737$$

### Cargas Viva

- Camión HS20-44
- Carga distribuida
- Impacto

### Momento

$$280.9 * 0,737 = 207.0 T - m$$

$$180.6 * 0,737 = 133.1 T - m$$

$$92.7 * 0,737 = 68.3 T - m$$

El diseño por esfuerzos admisibles, y verificación de la capacidad última, nos proporcionará mucha información para serviciabilidad, comparado con un diseño directo a capacidad última.

El momento flector adicional, que será resistido por la viga mixta proviene del peso del asfalto, la carga viva de camión, la carga viva distribuida y el impacto.

$$M_{adic} = 60.6 T - m + 207.0 T - m + 133.1 T - m + 68.3 T - m = 469 T - m$$

$$\sigma_{1,adic} = \frac{(469 T - m) \cdot (1.006 \text{ m})}{0.04329 \text{ m}^4} = 1189 \text{ Kg/cm}^2 \quad (\text{tracción})$$

$$\sigma_{2,adic} = \frac{(469 T - m) \cdot (0.920 \text{ m})}{0.04329 \text{ m}^4} = 997 \text{ Kg/cm}^2 \quad (\text{compresión})$$

Los esfuerzos acumulados son:

$$\sigma_{1,total} = 1049 + 1189 = 2238 \text{ Kg/cm}^2 \quad (\text{tracción}) \quad \text{OK}$$

$$\sigma_{2,total} = 1301 + 997 \text{ Kg/cm}^2 = 2298 \text{ Kg/cm}^2 \quad (\text{compresión}) \quad \text{OK}$$

Los esfuerzos acumulados están por debajo de los esfuerzos máximos admisibles, recomendados por AISC-ASD.

Sin embargo, si se tomará como referencia a la norma AASHTO-ASD, sería necesaria una sección más robusta, que podría obtenerse aumentando la altura de la viga metálica, de 180 cm a 200 cm, o incrementando el ancho de las alas, de 35 cm a 45 cm.

**b. DISEÑO A FLEXIÓN POR CARGAS ÚLTIMAS:**

$$b = 0,35 + 2(\text{espesor de losa}) = 0,35 + 2 * 0,20 = 0,75 \text{ m}$$

La geometría de la losa cooperante crítica es el mayor ancho colaborante. Se recomienda, una longitud de alas laterales de 1 vez el espesor de la losa a cada lado, cuando no se ha armado la zona de hormigón con estribos, y el ancho con estribos cuando si existe armado transversal de confinamiento, hasta máximo 6 espesores de losa a cada lado.

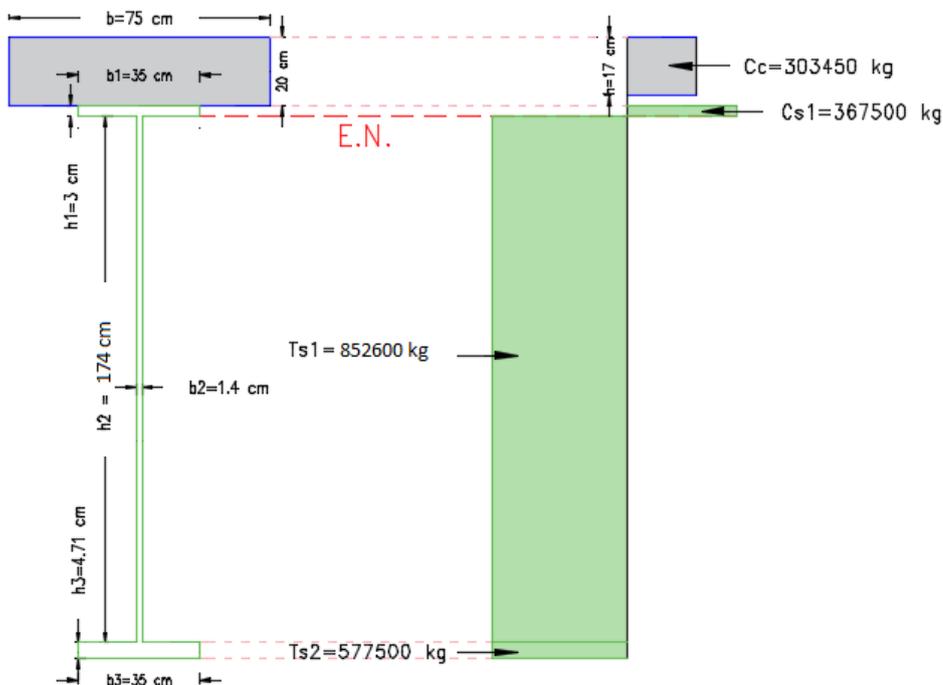
En el presente caso se ha utilizado un ancho cooperante de losa de una vez el espesor de la losa, a cada lado.

$$U = 1,25 \text{ DC} + 1,50 \text{ DW} + 1,75(\text{LL} + \text{IM})$$

$$M_u = 1,25(84.3 + 264.3) + 1,50(60.6) + 1,75(207.0 + 133.1 + 0,33(207.0))$$

$$M_u = 1241.4 \text{ Tm}$$

Como punto de partida (una primera aproximación) se supone que el hormigón y el ala superior de la viga I están trabajando a compresión, mientras el alma y el ala inferior de la viga metálica trabajan a tracción, que es equivalente a que el Eje Neutro se ubique en la unión del ala superior con el alma.



$$C_c = 0,85f'c * b * (0,85 * h) = 0,85 * 280 * 75 * 17 = 303450 \text{ kg}$$

$$C_{S1} = F_y * b_1 * h_1 = 3500 * 35 * 3 = 367500 \text{ kg}$$

$$T_{S1} = F_y * b_2 * h_2 = 3500 * 1,4 * 174 = 852600 \text{ kg}$$

$$T_{S2} = F_y * b_3 * h_3 = 3500 * 35 * 4,714 = 577465 \text{ kg}$$

Para el caso de flexión pura, la fuerza de compresión debería ser igual a la fuerza de tracción.

$$C = T$$

$$303450 + 367500 = 852600 + 577465$$

$$670950 \neq 1430065$$

La igualdad no se cumple (Tracción mucho Mayor que Compresión), pues el eje neutro no fue ubicado con propiedad, sino que se basó en una estimación inicial.

Se recalcula la ubicación del eje neutro, con los datos previamente calculados, determinando la fuerza desequilibrante (Tracción – Compresión), y dividiéndola para 2. Este valor que se debe añadir a la compresión y restar a la tracción, para igualarlas, en magnitud:

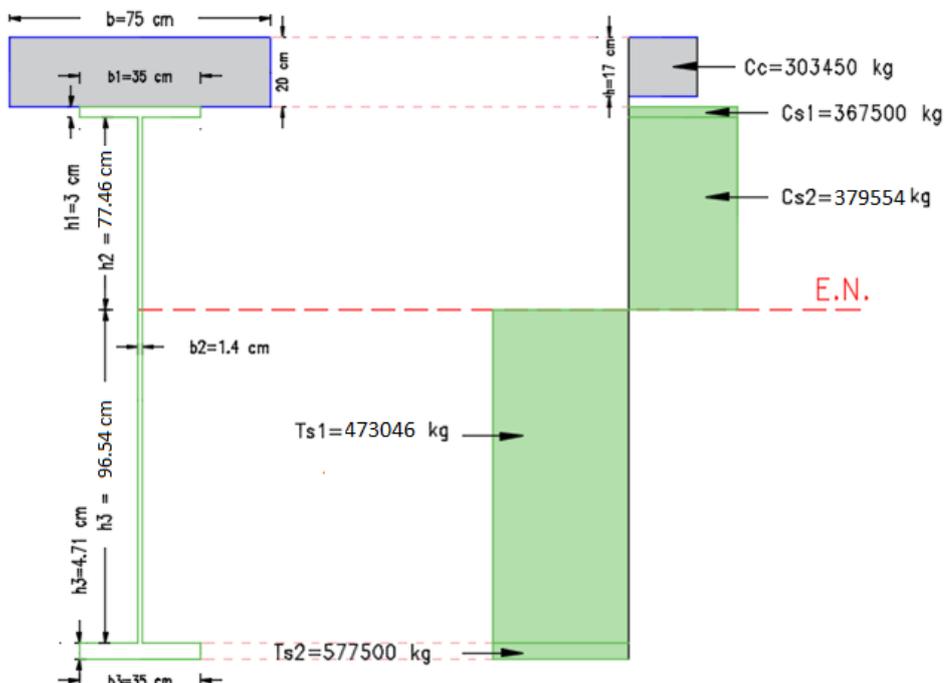
$$\frac{1430065 \text{ kg} - 670950 \text{ kg}}{2} = \frac{759115 \text{ kg}}{2} = 379558 \text{ Kg}$$

La ubicación del eje neutro, por debajo del ala superior de la viga metálica se calcula como sigue:

$$\Delta y = \frac{379558 \text{ Kg}}{F_y * t_w} = \frac{379558 \text{ Kg}}{(3500 \text{ Kg/cm}^2) * (1.4 \text{ cm})} = 77.46 \text{ cm}$$

La nueva posición del eje neutro está 77.46 cm por debajo del punto de unión del ala superior con el alma.

Se procede a recalcular las fuerzas de compresión y las fuerzas de tracción:



$$C_c = 0,85f'c * b * (0,85 h) = 0,85 * 280 * 75 * 17 = 303450 \text{ kg}$$

$$C_{s1} = F_y * b_1 * h_1 = 3500 * 35 * 3 = 367500 \text{ kg}$$

$$C_{s2} = F_y * b_2 * h_2 = 3500 * 1,4 * 77,46 = 379554 \text{ kg}$$

$$T_{s1} = F_y * b_2 * h_3 = 3500 * 1,4 * 96,54 = 473046 \text{ kg}$$

$$T_{s2} = F_y * b_3 * h_4 = 3500 * 35 * 4,71 = 577500 \text{ kg}$$

Se procede a verificar si, con la corrección anterior, se logra el equilibrio de fuerzas horizontales, para tener flexión pura.

$$C = T$$

$$303450 + 367500 + 379554 = 473046 + 577500$$

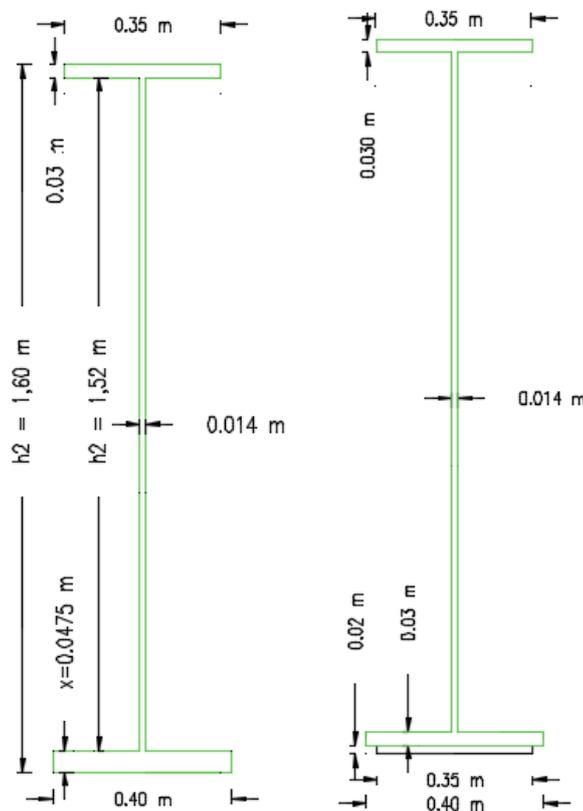
$$1050504 = 1050546 \text{ OK}$$

Como las fuerzas de tracción y compresión son prácticamente iguales, se procede a determinar el momento nominal de las fuerzas calculadas, respecto al eje neutro.

$$M_n = 379554 * \frac{77,46}{2} + 367500 * (1,5 + 77,46) + 303450 * (11,5 + 3 + 77,46) \\ + 473046 * \frac{96,54}{2} + 577500 * \left( \frac{4,71}{2} + 96,54 \right)$$

$$M_n = 14'700126 + 29'017800 + 27'905262 + 22'833930 + 57'111863$$

$$M_n = 151568981 \text{ Kg cm} = 1515,7 \text{ T - m}$$



Debe cumplirse que:

$$Mu < \emptyset Mn$$

$$1202,03 \text{ T} - \text{m} < 0,90(1515,7 \text{ T} - \text{m})$$

$$1202,03 \text{ T} - \text{m} < 1362,13 \text{ T} - \text{m} \quad \text{O.K.}$$

En teoría se podría disminuir la sección de la viga, pues en condiciones últimas se tendría un exceso de capacidad, pero para control de serviciabilidad, normalmente se emplea este cálculo como verificación de capacidad.

### DISEÑO A CORTANTE ASD (Allowable Stress Design) Y LRFD (Load and Resistance Factor Design)

Los máximos cortantes se producen en los apoyos, y su magnitud es igual a la reacción de apoyo.

#### **CARGA PERMANENTE**

- **Reacción por peso de la viga**

$$R = \frac{\text{Área de viga} * \text{Luz} * 7,85 \text{ T/m}^3}{2}$$

$$R = \frac{[0,0514 \text{ m}^2] * (39 \text{ m}) * (7,85 \text{ T/m}^3)}{2} = 7,87 \text{ T}$$

- **Reacción por peso de los arriostramientos de viga**

$$R = 0,10 * (7,87 \text{ T}) = 0,79 \text{ T}$$

- **Reacción por peso de la losa**

$$R = \frac{h_{\text{llosa}} * \text{espaciamiento} * \text{Luz} * 2,4 \text{ T/m}^3}{2}$$

$$V = \frac{(0,20 \text{ m} * 2,90 \text{ m} * 39 \text{ m}) * (2,4 \text{ T/m}^3)}{2} = 27,14 \text{ T}$$

- **Reacción por la carpeta asfáltica**

$$V = 6,22 \text{ T}$$

#### **CARGA VIVA**

- **Cortante por peso del camión**

Estos valores fueron tomados del Anexo 1:



CORTANTES POR CARGA VIVA DEL CAMION HS 20-44							
x	Envolvente Cortantes del Camión HS20-44 (T)						
m	L = 42 m	L = 39 m	L = 36 m	L = 33 m	L = 30 m	L = 27 m	L = 24 m
0,00	30,51	30,34	30,15	29,91	29,64	29,30	28,87
0,60	30,04	29,84	29,60	29,32	28,98	28,57	28,06
1,20	29,57	29,34	29,06	28,73	28,33	27,85	27,24
1,80	29,11	28,83	28,51	28,13	27,68	27,12	26,42
2,40	28,64	28,33	27,97	27,54	27,02	26,39	25,61
3,00	28,17	27,83	27,42	26,94	26,37	25,67	24,79
7,80	24,44	23,80	23,06	22,19	21,14	19,85	18,25
8,40	23,97	23,30	22,52	21,59	20,48	19,13	17,43
9,00	23,50	22,80	21,97	21,00	19,83	18,40	16,56
9,60	23,04	22,29	21,43	20,41	19,18	17,68	15,91
10,20	22,57	21,79	20,88	19,81	18,52	16,95	15,25

$$V = 30.34 T$$

Este valor será afectado por “g”, de distribución de la carga viva, con lo que se tiene:

$$V = 30.34 T * 0.737 = 22.36 T$$

▪ **Cortante por carga distribuida**

Estos valores también fueron tomados del Anexo 1.

CORTANTES POR CARGA VIVA DISTRIBUIDA HL-93							
x	Envolvente Cortantes de la Carga Distribuida HL-93 (T)						
m	L = 42 m	L = 39 m	L = 36 m	L = 33 m	L = 30 m	L = 27 m	L = 24 m
0,00	19,95	18,53	17,10	15,68	14,25	12,83	11,40
0,60	19,38	17,96	16,53	15,11	13,69	12,26	10,84
1,20	18,83	17,40	15,98	14,56	13,13	11,71	10,29
1,80	18,28	16,85	15,43	14,01	12,59	11,17	9,75
2,40	17,74	16,32	14,90	13,48	12,06	10,65	9,23
3,00	17,20	15,78	14,37	12,95	11,54	10,13	8,73
7,80	13,23	11,86	10,49	9,14	7,80	6,49	5,19
8,40	12,77	11,40	10,05	8,71	7,39	6,09	4,82
9,00	12,32	10,96	9,62	8,29	6,98	5,70	4,45
9,60	11,87	10,53	9,20	7,88	6,59	5,33	4,10
10,20	11,44	10,10	8,78	7,48	6,21	4,97	3,77
10,80	11,01	9,69	8,38	7,09	5,84	4,62	3,45

$$V = 18.53 T$$

Este valor será afectado por “g”, con lo que se tiene:

$$V = 18.53 T * 0.737 = 13.66 T$$

▪ **Cortante por impacto**

Es el 33% del efecto del camión HS20-44.

$$V = 0.33 (22.36 T) = 7.38 T$$

La carga crítica se produce durante la operación del puente, es decir, con la presencia de la máxima carga viva:

Diseño ASD:

$$V_u = V_{DC} + V_{DW} + V_{LL} + V_{IM}$$

$$V_{total} = (7.87 + 0.79 + 27.14) + 6.22 + (22.36 + 18.53) + 7.38 = 85.44 T$$

La norma AISC-ASD establece que el esfuerzo admisible a cortante del acero es el 40% del esfuerzo de fluencia.

**F4. ALLOWABLE SHEAR STRESS**

For  $h/t_w \leq 380/\sqrt{F_y}$ , on the overall depth times the web thickness, the allowable shear stress is

$$F_v = 0.40 F_y \quad (F4-1)$$

For  $h/t_w > 380/\sqrt{F_y}$ , the allowable shear stress is on the clear distance between flanges times the web thickness is

$$F_v = \frac{F_y}{2.89} (C_v) \leq 0.40F_y \quad (F4-2)$$

where

$$C_v = \frac{45,000k_v}{F_y(h/t_w)^2} \text{ when } C_v \text{ is less than } 0.8$$

$$= \frac{190}{h/t_w} \sqrt{\frac{k_v}{F_y}} \text{ when } C_v \text{ is more than } 0.8$$

$$k_v = 4.00 + \frac{5.34}{(a/h)^2} \text{ when } a/h \text{ is less than } 1.0$$

$$= 5.34 + \frac{4.00}{(a/h)^2} \text{ when } a/h \text{ is more than } 1.0$$

$t_w$  = thickness of web, in.  
 $a$  = clear distance between transverse stiffeners, in.  
 $h$  = clear distance between flanges at the section under investigation, in.

*Txt. 6.5: Esfuerzos admisibles a cortante [AISC]*

$$A_{s,admissible} = 0.40 F_y = 0.40(3500 \text{ Kg/cm}^2) = 1400 \text{ Kg/cm}^2$$

$$v = \frac{V}{b \cdot d}$$

$$v = \frac{85440 \text{ Kg}}{(1.4 \text{ cm}) \cdot (180 \text{ cm})} = 339 \text{ Kg/cm}^2$$

$$339 \text{ kg/cm}^2 < 1400 \text{ kg/cm}^2$$

**OK**

AASHTO-ASD fija el esfuerzo admisible de cortante en el 33% del esfuerzo de fluencia (5/6 de AISC).

Shear:	
Webs of rolled beams and plate girders, gross section	$0.33F_y$
Pins	$0.40F_y$

*Txt. 6.6: Esfuerzos admisibles a cortante [AASHTO 2002]*

Normalmente las vigas metálicas tipo I no tienen problema de resistencia a cortante, pero no se debe reducir excesivamente su espesor pues el verdadero problema de las almas de estas vigas es el pandeo.

**Diseño alternativo a Cortante LRFD:**

$$V_u = 1,25 V_{DC} + 1,50 V_{DW} + 1,75(V_{LL} + V_{IM})$$

$$V_u = 1,25 * (7.87 + 0.79 + 27.14) + 1,50 * (6.22) + 1,75 * [(22.36 + 18.53) + 7.38]$$

$$V_u = 138.55 T$$

$$v_u = \frac{V_u}{\phi * b * d} = \frac{138550 Kg}{(0.75) * (1.4 cm) * (180 cm)} = 733 kg/cm^2$$

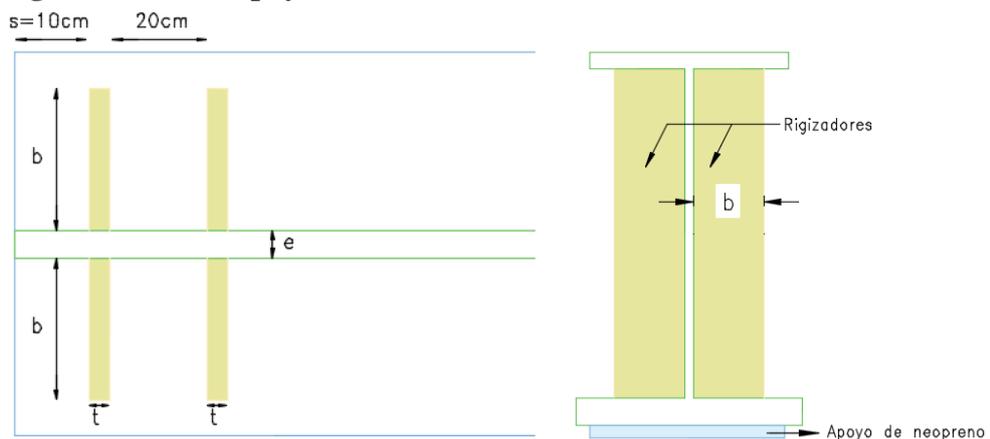
$$v_u < F_y$$

$$733 kg/cm^2 < 3500 kg/cm^2 \text{ OK}$$

**NOTA:** Si bien la norma AASHTO-LRFD permite almas esbeltas, hasta una relación altura/espesor de 200, en nuestro medio no es recomendable superar 133, ni tener espesores de menos de 10 mm.

## DISEÑO DE RIGIDIZADORES DEL ALMA

### I. Rigidizadores de apoyo



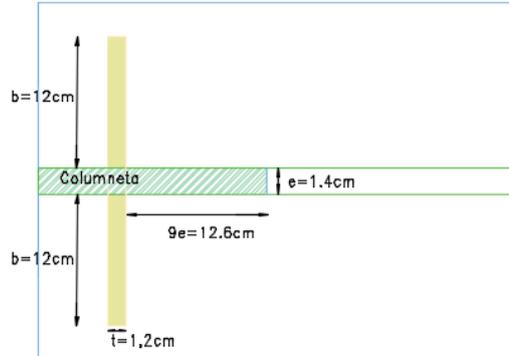
$$b \approx 12 cm$$

El espesor mínimo requerido para los rigidizadores está dado por la siguiente expresión:

$$t_{\min} = \frac{b}{0,48 \sqrt{\frac{E}{Fy}}} = \frac{12}{0,48 \sqrt{\frac{2\,100\,000}{3\,500}}} = 1,02 \text{ cm}$$

Entonces  $t_{\text{asumido}} = 1,2 \text{ cm} < e_{\text{alma}}$

**OK**



$$\text{Área}_{\text{columneta}} = 2(\text{Área rigidizadores}) + A_{\text{alma columneta}}$$

$$\text{Área}_{\text{columneta}} = 2(12 * 1,2) + (5 + 12,6 + 1,2) * 1,4$$

$$\text{Área}_{\text{columneta}} = 55,12 \text{ cm}^2$$

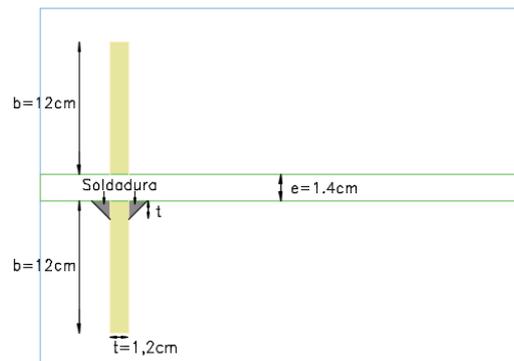
$$I_{xx} = I_{\text{alma columneta}} + 2[I_{\text{rigidizadores}} + Ad^2]$$

$$I_{xx} = \frac{18,8 * 1,4^3}{12} + 2 \left[ \frac{1,2 * 12^3}{12} + 1,2 * 12 * \left( \frac{1,4}{2} + \frac{12}{2} \right)^2 \right]$$

$$I_{xx} = 4,30 \text{ cm}^4 + 2[819,22] \text{ cm}^4$$

$$I_{xx} = 1642,73 \text{ cm}^4$$

### Área Proyectada de soldadura



$$A_{ps} = 2(12 - 1,2) * 1,2$$

$$A_{ps} = 25,92 \text{ cm}^2$$

### Resistencia nominal

$$(R_{sb})_n = 1,4 * A_{ps} * Fy$$

$$(R_{sb})_n = 1,4 * 25,92 * 3500$$

$$(R_{sb})_n = 127008 \text{ kg}$$

$$(R_{sb})_n = 127,00 \text{ T}$$

**ACCION EXTERIOR**

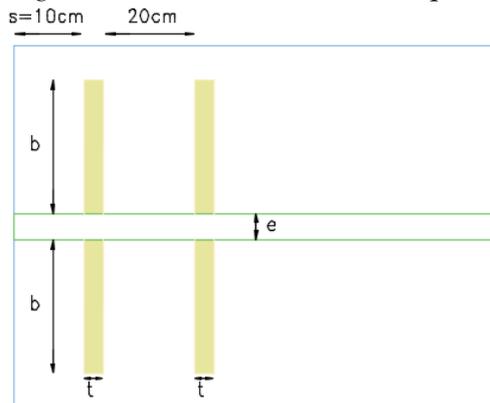
$$Vu = Ru = 138.55 T$$

$$Ru < \phi (R_{sb})_n$$

$$138.55 T < 0.90 * 127.00$$

$$135.97 T < 114.31 T \quad \text{NO CUMPLE}$$

*Esto quiere decir que no existe la sección suficiente por lo que se decide colocar dos ejes de rigidización. Entonces tenemos que:*



**Área Proyectada de soldadura**

$$Aps = 2(2(12 - 1.2) * 1,2)$$

$$Aps = 51.84cm^2$$

**Resistencia nominal**

$$(R_{sb})_n = 1.4 * Aps * Fy$$

$$(R_{sb})_n = 1.4 * 51.84 * 3500$$

$$(R_{sb})_n = 253873.9 kg$$

$$(R_{sb})_n = 253.87 T$$

**ACCION EXTERIOR**

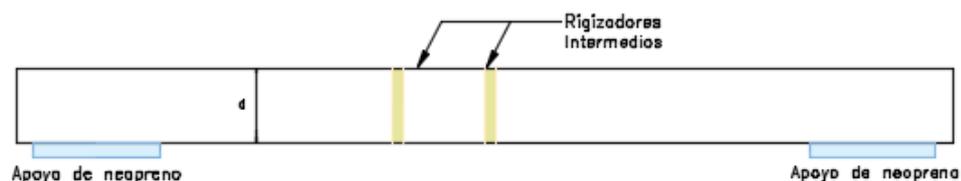
$$Vu = Ru = 138.55 T$$

$$Ru < \phi (R_{sb})_n$$

$$130.55 T < 0.90 * 253.87$$

$$138.55 T < 228.48 T \quad \text{OK}$$

**II. Rigidizadores Intermedios**





### Cortante crítico de pandeo

$$V_n = V_{cr} = C * V_p$$

$$k = 5 + \frac{5}{\left(\frac{d_o}{D}\right)^2}$$

Donde:

$d_o$ : espaciamiento entre rigidizadores

D: altura del alma de la viga

$$D = 180 - 3 - 3 = 174 \text{ cm}$$

$$d_o < 2D$$

*Por lo que asumimos un  $d_o = 174 \text{ cm}$*

$$k = 5 + \frac{5}{\left(\frac{174}{174}\right)^2} = 10$$

### Esbeltez crítica

$$e_c = 1.4 \sqrt{\frac{E * k}{F_y}}$$

$$e_c = 1.4 \sqrt{\frac{210000 * 10}{3500}} = 108.44$$

### Esbeltez geométrica

$$e_g = \frac{D}{tw} = \frac{174}{1.4} = 124$$

$$e_c > e_g$$

**124 > 1080 NO CUMPLE**

Tiene problemas de pandeo. Por lo que nos imponemos un nuevo “do”, menor que el anterior.

El valor apropiado de “do” se lo obtiene por aproximaciones sucesivas, pues las relaciones no son lineales ni lineales inversas.

$$d_o = 135 \text{ cm}$$

$$k = 5 + \frac{5}{\left(\frac{135}{174}\right)^2} = 13.31$$

### Esbeltez crítica

$$e_c = 1.4 \sqrt{\frac{E * k}{F_y}}$$

$$e_c = 1.4 \sqrt{\frac{2\,100\,000 * 13.31}{3500}} = 125$$

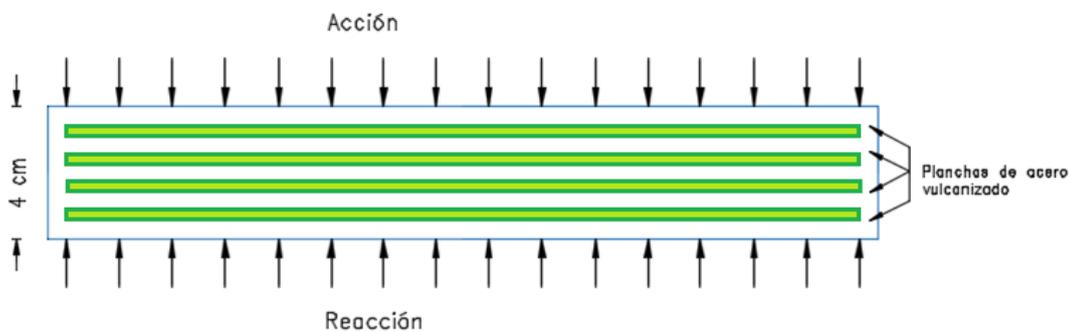
**Esbeltez geométrica**

$$e_g = \frac{D}{tw} = \frac{174}{1.4} = 124$$

$$e_c > e_g$$

$$125 > 124 \quad \text{OK}$$

**DISEÑO DEL APOYO DE NEOPRENO**



$$\sigma = \frac{P}{A} \quad \rightarrow \quad A = \frac{P}{\sigma}$$

**3.2.1 Elastomeric Bearings**

Steel reinforced elastomeric bearings can be designed by either the AASHTO LRFD 5<sup>th</sup> Edition (2010) Method ‘A’ or Method ‘B’. Designs in accordance with the provisions of Method ‘B’ allow a maximum compressive stress of 1,600 psi [11.0 MPa] for bearings subject to shear deformations and 1,750 psi [12.0 MPa] for fixed bearings; whereas Method ‘A’ allows up to 1,000 psi [6.9 MPa] compressive stress. Because bearings designed under Method ‘B’ have higher allowable stress boundaries and additional, more comprehensive, design limitations, the AASHTO LRFD 5<sup>th</sup> Edition (2010) requires more extensive testing and quality control. However, recent research conducted by the University of Texas found that pads tested to failure reached 15,000 to 20,000 psi, which is about 10 times the AASHTO LRFD 5<sup>th</sup> Edition (2010) allowable stress. Regardless, designers need to specify which method is used in the bearing design to ensure fabrication and quality control complies with the appropriate requirements.

*Txt. 6.7a: Normativa referencial para diseño de apoyos elastoméricos [AASHTO 10-3.2.1]*

La norma AASHTO-2010 establece, en su método B, un máximo esfuerzo admisible de compresión de 110 Kg/cm<sup>2</sup> para apoyos cuadrados de neopreno reforzado con placas de acero intermedias, de al menos 1.6 mm de espesor [FHWA Steel Bridge Design Handbook – Bearing Design 3.2.1], cuando los apoyos elastoméricos tienen deformaciones de corte.

Ese valor se reduce mediante un factor de forma, para secciones rectangulares, pues el área efectiva de contacto disminuye en ese caso.

The shape factor of a layer of an elastomeric bearing,  $S_i$ , shall be taken as the plan area of the layer divided by the area of perimeter free to bulge. Unless noted otherwise, the values of  $S_i$  and  $h_{ri}$  to be used in Articles 14.7.5 and 14.7.6 for steel-reinforced elastomeric bearing design shall be that for an internal layer. For rectangular bearings without holes, the shape factor of a layer may be taken as:

$$S_i = \frac{LW}{2h_{ri}(L+W)} \quad (14.7.5.1-1)$$

where:

$L$  = plan dimension of the bearing perpendicular to the axis of rotation under consideration (generally parallel to the global longitudinal bridge axis) (in.)

$W$  = plan dimension of the bearing parallel to the axis of rotation under consideration (generally parallel to the global transverse bridge axis) (in.)

$h_{ri}$  = thickness of  $i$ th elastomeric layer (in.)

The shape factor,  $S_i$ , is defined in terms of the gross plan dimensions of layer  $i$ . Refinements to account for the difference between gross dimensions and the dimensions of the reinforcement are not warranted because quality control on elastomer thickness has a more dominant influence on bearing behavior. Holes are strongly discouraged in steel-reinforced bearings. However, if holes are used, their effect should be accounted for when calculating the shape factor because they reduce the loaded area and increase the area free to bulge. Suitable shape factor formulae are:

- For rectangular bearings:

$$S_i = \frac{LW - \frac{\pi}{4}d^2}{h_{ri}[2L + 2W + \pi d]} \quad (C14.7.5.1-1)$$

- For circular bearings:

$$S_i = \frac{D^2 - \Sigma d^2}{4h_{ri}(D + \Sigma d)} \quad (C14.7.5.1-2)$$

where:

$d$  = the diameter of the hole or holes in the bearing (in.)

**Txt. 6.7b: Factor de Forma para diseño de apoyos elastoméricos [AASHTO 10-3.2.1]**

$$A = \frac{(7.87 + 0.79 + 27.14 + 6.22 + 22.36 + 18.53 + 7.38) * 1000}{80 \text{ Kg/cm}^2}$$

$$A = \frac{85440 \text{ Kg}}{80 \text{ Kg/cm}^2}$$

$$A = 1068 \text{ cm}^2$$

**Por lo que se escoge un neopreno con Dureza Shore A6, con las siguientes dimensiones: 40 cm x 30 cm x 4 cm**

Los 30 cm del neopreno se ubicarán a lo ancho de la viga (de 35 cm de ancho), y los 40 cm del neopreno, a lo largo, para que toda el área del neopreno trabajen a su total capacidad, y no exista un efecto de trabajo insuficiente en los bordes del neopreno. En caso de requerirse (las dimensiones del neopreno son iguales o superiores al ancho de las alas de viga), las alas pueden ensancharse en la zona de apoyo, cuidando que los rigidizadores también crezcan, para rigidizar adecuadamente a las alas.

### **DISEÑO DE LOS CONECTORES DE CORTE:**

Inicialmente se los diseña en rango elástico, para cargas de servicio, para las **máximas variaciones de momento flector entre puntos consecutivos** (máxima pendiente del diagrama de momentos en el punto analizado, que se produce con la máxima ordenada del diagrama de cortes en ese punto). El corte que actúa sobre los conectores se origina en la variación longitudinal de los esfuerzos, como producto del cambio de momentos flectores.

Se verifica la capacidad de los conectores a cargas últimas

El sobrecanto de losa, para estar en el lado de la seguridad, se puede considerar como 6 espesores de la losa, a cada lado del alma, o hasta el eje central entre ejes de viga

contiguos, el menor de los dos, que es el máximo que permite la norma, y es el que produce las mayores fuerzas cortantes horizontales en el plano de unión entre la viga de acero y la losa de hormigón armado.

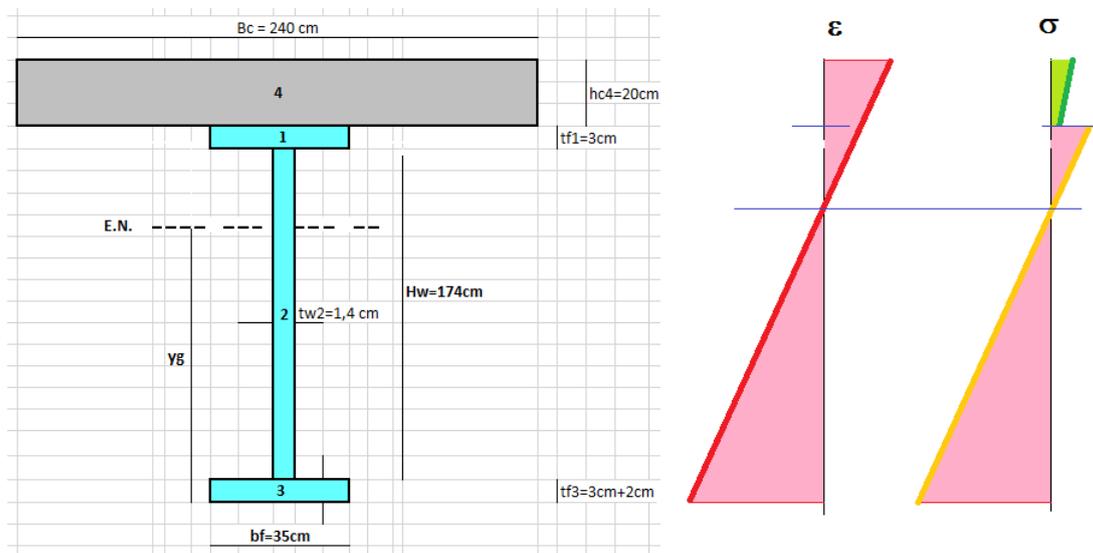
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y
1	PROPIEDADES ELÁSTICAS VIGAS I y T																								
2	f <sub>c</sub> =		280 Kg/cm <sup>2</sup>		t=		3 cm; 3 cm; 1,4 cm		Bc = 240 cm																
3	F <sub>y</sub> =		3500 Kg/cm <sup>2</sup>		Sector 1 y 3		Sector 2																		
5	Sector 1 y 3		Sector 2																						
6	bf	35 cm		Hw	174 cm																				
7	tf1	3 cm		tw	1,4 cm																				
8	tf3	3 cm		A2	243,6 cm <sup>2</sup>																				
9	A1	105 cm <sup>2</sup>		I2	614603 cm <sup>4</sup>																				
10	A3	105 cm <sup>2</sup>		Mg2	21924																				
11	I1	78,7500 cm <sup>4</sup>		As		453,60																			
12	I3	78,7500 cm <sup>4</sup>																							
13	Mg1	18742,5																							
14	Mg3	157,5																							
15																									
16	Sector 4																								
17	Bc	240 cm																							
18	hc	20 cm																							
19	A4	4800 cm <sup>2</sup>																							
20	nE	8,37		Por módulo elástico																					
21	nσ	17,30		Por esfuerzo último																					
22	b <sub>e</sub>	28,69																							
23	b <sub>z</sub>	13,87																							
24	A4eq1	573,7 cm <sup>2</sup>		Por módulo elástico																					
25	A4eq2	277,44 cm <sup>2</sup>		Por esfuerzo último																					
26	I4	160000,00 cm <sup>4</sup>																							
27	I4eq1	19123,66 cm <sup>4</sup>		Por módulo elástico																					
28	I4eq2	9248,00 cm <sup>4</sup>		Por esfuerzo último																					
29	Mg4	109004,85																							
30																									
31	Mgt	149829		Mgt2	40824																				
32	yg	145,85		yg	90,0																				
33	Ig1	112040		Ig1	822465																				
34	Ig2	1374332		Ig2	614603																				
35	Ig3	2187829		Ig3	822465																				
36	Ig4	1137622																							
37	Itotal	4811824		Itotal	2259533																				

$$y_g = 145.9 \text{ cm}$$

$$I_{total} = 4811824 \text{ cm}^4$$

$$n = 8.37$$

Por el principio de Navier-Bernoulli (las secciones planas antes de la deformación, permanecen planas después de la deformación), se tienen los siguientes diagramas de deformaciones unitarias, y de esfuerzos referenciales:



Entre dos puntos separados un diferencial o, más fácilmente, entre dos puntos separados 1 m, se puede calcular la diferencia de fuerzas de compresión o de tracción, en el plano de unión de la viga de acero, con la losa de hormigón, y los conectores de corte deberán tener área suficiente para resistir esa diferencia, como diferencial de área en el primer caso, o como área en el segundo caso.

**Es importante mencionar que el diseño no se realiza para los momentos flectores más altos que actúan en una sección, sino para los momentos flectores asociados a los máximos cortantes en cada sección, que definen las mayores variaciones de momentos flectores.**

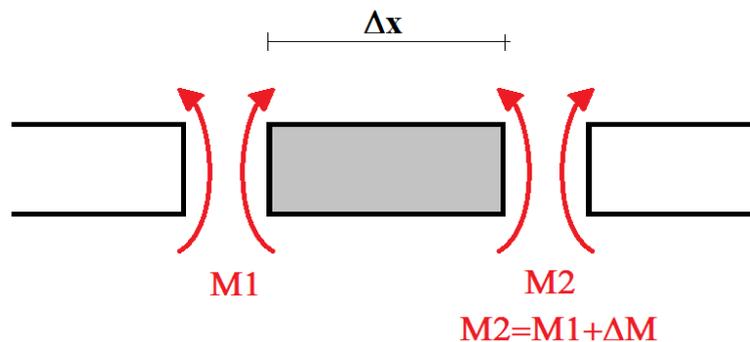
La manera más expedita de calcular esa máxima diferencia de fuerzas horizontales, en cada punto es mediante la pendiente del diagrama de momentos flectores (ordenada del diagrama de cortantes), multiplicado por el diferencial de longitud en el primer caso, o la longitud de 1 m, en el segundo caso (la pendiente del diagrama de momentos flectores es igual a la ordenada del diagrama de cortante), que se expresa como:

$$\Delta M = M_2 - M_1$$

$$\Delta M = V_1 \cdot \Delta x \approx V_2 \cdot \Delta x$$

Esta expresión es muy importante pues, a pesar de que las fuerzas horizontales son generadas por los momentos flectores, la magnitud de los desequilibrios es función de la magnitud de los esfuerzos cortantes.

A continuación, se presenta un diagrama de cuerpo libre, para ilustrar el procedimiento:



Los esfuerzos en la cara izquierda del cuerpo libre analizado se obtienen con la siguiente expresión, correspondiente a la viga mixta transformada en viga de material homogéneo:

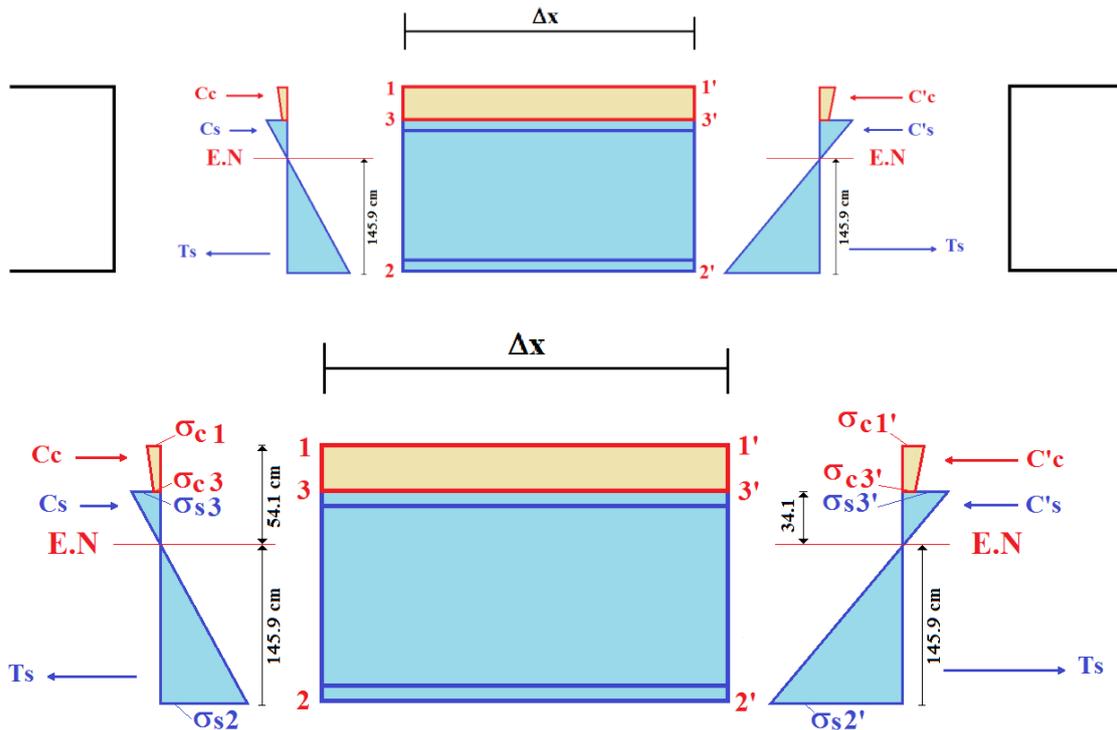
$$\sigma_j = \frac{M_1 \cdot y}{I}$$

Mientras que los esfuerzos en la cara derecha del cuerpo libre se obtienen con la siguiente expresión:

$$\sigma'_j = \frac{M_2 \cdot y}{I}$$

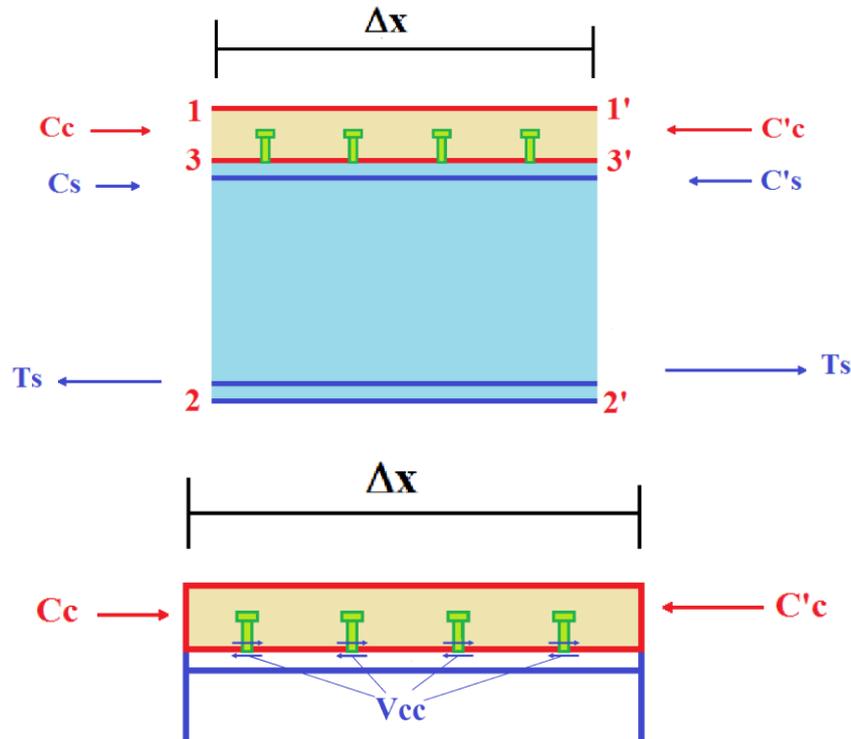
Por estar dentro del rango de comportamiento elástico, debido a que la longitud del cuerpo libre analizado es pequeña (una aproximación a un diferencial), la posición del Eje Neutro es igual en las dos caras, por lo que la única variación entre las dos ecuaciones es el valor del Momento Flector en cada cara ( $M_1$  y  $M_2$  en cada caso).

Los diagramas de fuerzas y esfuerzos en las dos caras serían los siguientes:



El desequilibrio entre las fuerzas de compresión izquierda y derecha ( $C'c - Cc$ ) debe ser resistido por los conectores de corte, soldados al ala superior de la viga metálica, y embebidas hasta media altura en la losa de hormigón.





**Diseño en el rango elástico:**

El peso propio de la viga, y el peso de la losa, ya deformaron y esforzaron a la viga metálica durante el proceso constructivo, hasta alcanzar su equilibrio con dichas cargas. La viga mixta entra a funcionar para absorber el peso del asfalto (aceras en las vigas externas), el peso del camión, la carga distribuida y el impacto dinámico de la carga viva, y son estas cargas las que se utilizan en un diseño específicamente en rango elástico.

En vista de que el cortante crítico se produce a la altura de los apoyos, se rescatan esos cortantes, de los diferentes modelos y tablas.

$$V_{asfalto} = 6.21 T$$



$$V_{máx, camión} = 0.737 (30.3 T) = 22.33 T$$

CORTANTES POR CARGA VIVA DEL CAMION HS 20-44							
x m	Envolvente Cortantes del Camión HS20-44 (T)						
	L = 42 m	L = 39 m	L = 36 m	L = 33 m	L = 30 m	L = 27 m	L = 24 m
0,00	30,51	30,34	30,15	29,91	29,64	29,30	28,87
0,60	30,04	29,84	29,60	29,32	28,98	28,57	28,06
1,20	29,57	29,34	29,06	28,73	28,33	27,85	27,24
1,80	29,11	28,83	28,51	28,13	27,68	27,12	26,42
2,40	28,64	28,33	27,97	27,54	27,02	26,39	25,61
3,00	28,17	27,83	27,42	26,94	26,37	25,67	24,79
3,60	27,71	27,32	26,88	26,35	25,71	24,94	23,97

$$V_{impacto} = 0.33 (22.33 T) = 7.37 T$$

$$V_{\text{máx},q \text{ distribuida}} = 0.737 (18.5 T) = 13.63 T$$

CORTANTES POR CARGA VIVA DISTRIBUIDA HL-93							
x m	Envolvente Cortantes de la Carga Distribuida HL-93 (T)						
	L = 42 m	L = 39 m	L = 36 m	L = 33 m	L = 30 m	L = 27 m	L = 24 m
0,00	19,95	18,53	17,10	15,68	14,25	12,83	11,40
0,60	19,38	17,96	16,53	15,11	13,69	12,26	10,84
1,20	18,83	17,40	15,98	14,56	13,13	11,71	10,29
1,80	18,28	16,85	15,43	14,01	12,59	11,17	9,75
2,40	17,74	16,32	14,90	13,48	12,06	10,65	9,23
3,00	17,20	15,78	14,37	12,95	11,54	10,13	8,73
3,60	16,68	15,26	13,85	12,44	11,04	9,63	8,24

El cortante isostático que afecta a la conexión entre la viga de acero y la losa de hormigón, a través de los conectores de corte, es:

$$V_{\text{total, isostático}} = 6.21 T + 22.33 T + 7.37 T + 13.63 T$$

$$V_{\text{total, isostático}} = 49.54 T$$

El incremento de momento flector (momento desequilibrante), en un metro de longitud, desde el apoyo, se calcula con la siguiente expresión.

$$V = \frac{\Delta M}{\Delta x}$$

$$\Delta M = V \cdot \Delta x$$

$$\Delta M = (49.54 T) \cdot (1 m)$$

$$\Delta M = 49.54 T - m$$

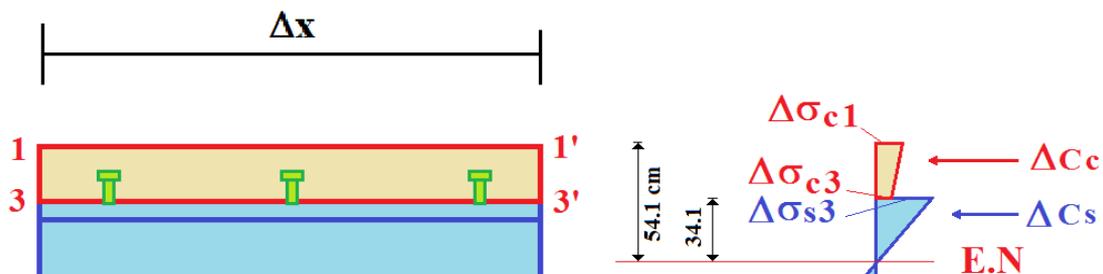
$$\Delta M = 4954000 Kg - cm$$

Los esfuerzos desequilibrantes en la sección homogenizada (transformado el hormigón a acero) se calculan con la siguiente expresión:

$$\Delta \sigma_s = \frac{(\Delta M) \cdot y}{I}$$

Los esfuerzos desequilibrantes en el hormigón son “n” veces más pequeños que los esfuerzos en el acero equivalente homogenizado:

$$\Delta \sigma_c = \frac{\Delta \sigma_s}{n}$$



Los esfuerzos desequilibrantes, en el acero equivalente al hormigón de la losa, son:

$$\Delta\sigma_{s1} = \frac{(4954000 \text{ Kg} - c) \cdot (54.1 \text{ cm})}{4811824 \text{ cm}^4} = 55.70 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\Delta\sigma_{s3} = \frac{(4954000 \text{ Kg} - c) \cdot (34.1 \text{ cm})}{4811824 \text{ cm}^4} = 35.11 \text{ Kg/cm}^2$$

Los esfuerzos reales, en el hormigón, son “n” veces más pequeños:

$$\Delta\sigma_{c1} = \frac{55.70 \text{ Kg/cm}^2}{8.37} = 6.65 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\Delta\sigma_{c3} = \frac{35.11 \text{ Kg/cm}^2}{8.37} = 4.19 \text{ Kg/cm}^2$$

La fuerza desequilibrante de compresión, en la losa, es el esfuerzo promedio multiplicado por el área:

$$\Delta C_c = \left( \frac{6.65 \text{ Kg/cm}^2 + 4.19 \text{ Kg/cm}^2}{2} \right) \cdot (240 \text{ cm} \times 20 \text{ cm})$$

$$\Delta C_c = 26016 \text{ Kg}$$

La fuerza desequilibrante de compresión debe ser resistida, en su totalidad por los Conectores de Corte, trabajando a cortante, por lo que el área requerida de cortante es:

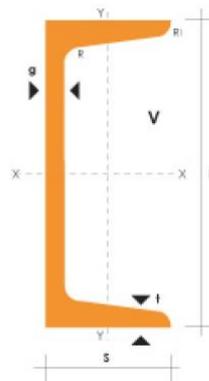
$$A_v = \frac{\Delta C_c}{v_{adm}}$$

En lugar de los conectores de corte tipo “stup” (soldados al ala superior de la viga metálica), que aparecen en las figuras anteriores, se escogen canales “U” de grado 36 (soldados al ala superior de la viga metálica), laminados en caliente (no perfiles doblados, pues son sumamente frágiles e ineficientes para soldadura de alta capacidad), de una altura equivalente a la mitad del espesor de la losa (10 cm). El acero A36 tiene un esfuerzo de fluencia de 36.000 lb/pulg<sup>2</sup>, o 2530 Kg/cm<sup>2</sup>.

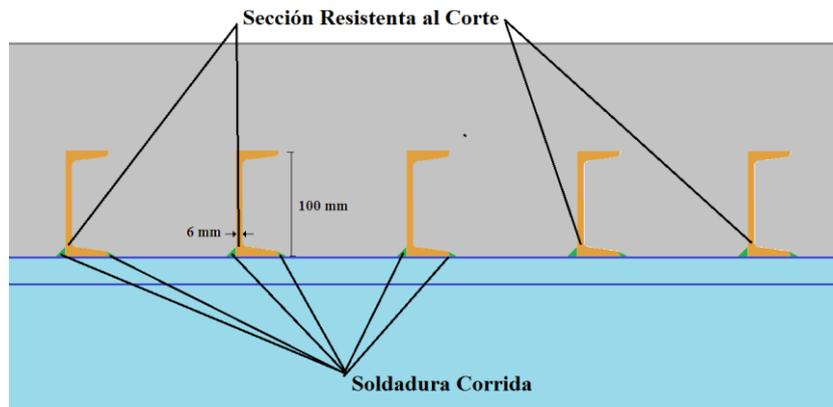
## PERFILES LAMINADOS UPN

### Especificaciones Generales

<b>Calidad</b>	ASTM A36
<b>Otras calidades</b>	Previa Consulta
<b>Largo normal</b>	6.00m y 12.00m
<b>Otros largos</b>	Previa Consulta
<b>Acabado</b>	Natural
<b>Otro acabado</b>	Previa Consulta



DENOMINACION	DIMENSIONES						TIPOS					
	h	s	g	t	R	R1	SECCION	PESOS	Ix	Iy	Wx	Wy
	mm	mm	mm	mm	mm	cm4	cm2	kg/mt	cm4	cm4	cm3	cm3
UPN 50	50	38	5.00	7.00	7.00	3.50	7.12	5.59	26.40	9.12	10.60	3.75
UPN 65	65	42	5.50	7.50	7.50	4.00	9.03	7.09	57.50	14.10	17.70	5.07
UPN 80	80	45	6.00	8.00	8.00	4.00	1.10	8.64	106.00	19.40	26.50	6.36
UPN 100	100	50	6.00	8.50	8.50	4.50	13.50	10.60	206.00	29.30	41.20	8.49
UPN 120	120	55	7.00	9.00	9.00	4.50	17.00	13.40	364.00	43.20	60.70	11.10



La longitud de los canales es de 15 cm (aproximadamente la mitad del ancho del ala superior), que caben perfectamente en los 35 cm de ancho del ala de la viga.

El área de corte de los conectores, requerida por cada metro de longitud de la viga es:

$$A_v = \frac{\Delta C_c}{v_{adm}}$$

$$A_v = \frac{26016 \text{ Kg}}{0.40 F_y} = \frac{26016 \text{ Kg}}{0.40 (2530 \text{ Kg/cm}^2)}$$

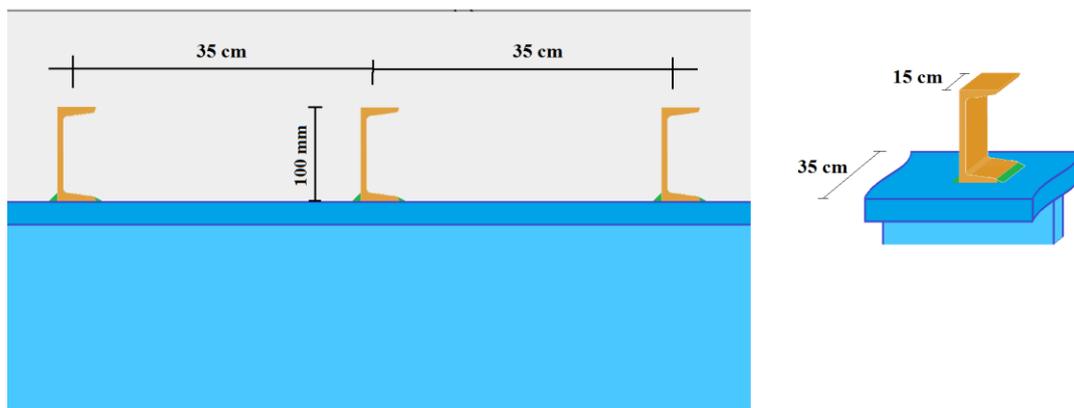
$$A_v = 25.71 \text{ cm}^2$$

El número de conectores de corte seleccionados por metro de viga, tipo UPN100 (o similar a UPN de 100 mm de altura), es:

$$\# \text{ conectores} = \frac{25.71 \text{ cm}^2}{(15 \text{ cm}) \times (0.6 \text{ cm})}$$

$$\# \text{ conectores} = 2.857$$

**Lo que significa que se necesita un conector de corte tipo UPN100 (100 mm de altura y 6 mm de espesor del alma), grado A36, de 15 cm de longitud, cada 35 cm ( $100 / 2.857 = 35.0$ ).**



NOTA: Los esfuerzos de compresión por flexión, que se producen sobre el hormigón de la losa, cuando la viga trabaja exclusivamente dentro del rango elástico (6.65 y 4.19 Kg/cm<sup>3</sup>) son bastante bajos comparados con la capacidad resistente del hormigón (280 Kg/cm<sup>2</sup>), lo que da lugar a una sección requerida de conectores de corte igualmente baja.

Sin embargo la norma AASHTO requiere una verificación de capacidad para cuando los materiales incursionan profundamente en rango inelástico.

**Verificación de capacidad última:**

Cuando el acero ingresa en rango inelástico, y el hormigón también lo hace, se pierde la linealidad entre esfuerzos y deformaciones, y todos los esfuerzos que se obtuvieron en las fases iniciales de construcción, que afectaban solamente a la viga metálica, se redistribuyen inelásticamente hacia el hormigón y hacia el propio acero, provocando que esas cargas iniciales sean absorbidas, casi en su totalidad, por la viga compuesta, y sólo una mínima parte las absorbe la viga metálica sola.

La carga que provoca la mayor variación de momentos flectores en la viga compuesta proviene del peso propio de la viga metálica, el peso de los arriostramientos de viga, el peso de la losa, el peso del asfalto, el efecto del peso del camión, el efecto del peso de la carga distribuida y el efecto del impacto dinámico de la carga de camión.

$$V_{\text{peso de viga}} = 7.87 T$$

$$V_{\text{arriostramientos de viga}} = 0.79 T$$

$$V_{\text{peso losa}} = 27.14 T$$

$$V_{\text{peso asfalto}} = 6.22 T$$

$$V_{\text{peso camión}} = 0.737 (30.34 T) = 22.36 T$$

$$V_{\text{impacto}} = 0.33 (22.36 T) = 7.38 T$$

$$V_{\text{peso } q \text{ distribuida}} = 0.737 (18.53 T) = 13.66 T$$

El cortante último se calcula con la siguiente expresión:

$$V_u = 1,25 V_{DC} + 1,50 V_{DW} + 1,75(V_{LL} + V_{IM})$$

$$V_u = 1,25 * (7.87 + 0.79 + 27.14) + 1,50 * (6.22) + 1,75 * [(22.36 + 18.53) + 7.38]$$

$$V_u = 138.55 T$$

El valor de cortante es bastante más alto que aquel que se obtuvo cuando la viga tenía exclusivamente comportamiento elástico, debido a la redistribución de esfuerzos, que favorece a la viga de acero, castiga a la losa de hormigón con esfuerzos totalmente manejables (tiene una reserva de capacidad de más del 95%), pero también castiga a los conectores de corte, con valores mucho más allá que los coeficientes de mayoración promedio de cargas que están en el orden de 1.40, llevándolo a valores del orden de 2.80, lo que significa que durante sobrecargas que aproximen al colapso a la viga, los conectores de corte trabajan 2 veces más, o que se requeriría aproximadamente 2 veces más sección de conectores de corte, que durante el comportamiento en rango elástico, calculo que es una aproximación burda, suficiente para alertar, pero no para diseñar.

El momento desequilibrante para un segmento de 1 m de longitud se calcula con las ecuaciones previas.

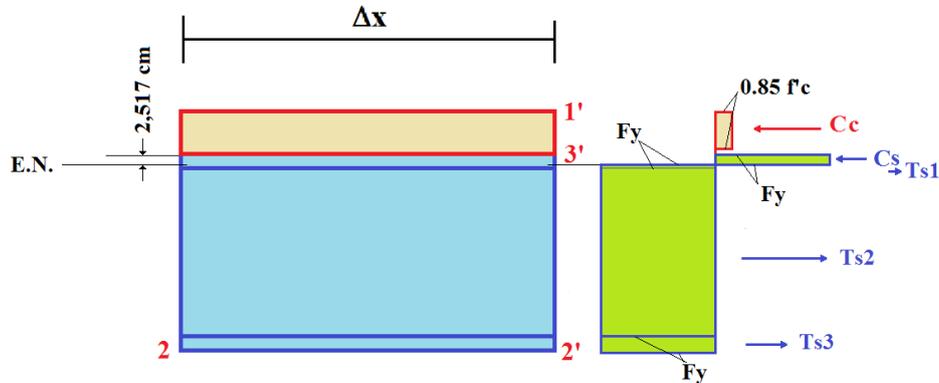
$$\Delta M_u = V_u \cdot \Delta x$$

$$\Delta M_u = (138.55 T) \cdot (1 m)$$

$$\Delta M_u = 138.55 T - m$$

$$\Delta M_u = 13'855000 Kg - cm$$

La distribución de esfuerzos de compresión y tracción, por flexión, para su caracterización, corresponde a las condiciones de capacidad última de la sección.



La magnitud de las fuerzas que intervienen es la siguiente:

$$C_c = (0,85 \times 280 \text{ Kg/cm}^2) \cdot (240 \text{ cm} \times 0,85 \times 20 \text{ cm})$$

$$C_c = 971040 \text{ Kg}$$

$$C_s = (3500 \text{ Kg/cm}^2) \cdot (35 \text{ cm} \times 2,517 \text{ cm})$$

$$C_s = 308333 \text{ Kg}$$

$$T_{s1} = (3500 \text{ Kg/cm}^2) \cdot (35 \text{ cm} \times 0,483 \text{ cm})$$

$$T_{s1} = 59168 \text{ Kg}$$

$$T_{s2} = (3500 \text{ Kg/cm}^2) \cdot (174 \text{ cm} \times 1,4 \text{ cm})$$

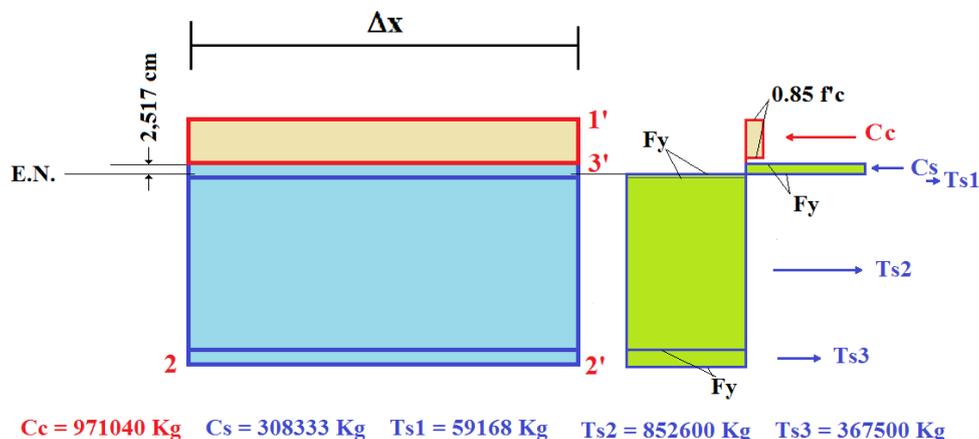
$$T_{s2} = 852600 \text{ Kg}$$

$$T_{s3} = (3500 \text{ Kg/cm}^2) \cdot (35 \text{ cm} \times 3 \text{ cm})$$

$$T_{s3} = 367500 \text{ Kg}$$

$$T_s = 59168 \text{ Kg} + 852600 \text{ Kg} + 367500 \text{ Kg} = 1279268 \text{ Kg}$$

$$971040 \text{ Kg} + 308333 \text{ Kg} = 1279373 \text{ Kg} \approx 1279268 \text{ Kg}$$



$$C_c = 971040 \text{ Kg} \quad C_s = 308333 \text{ Kg} \quad T_{s1} = 59168 \text{ Kg} \quad T_{s2} = 852600 \text{ Kg} \quad T_{s3} = 367500 \text{ Kg}$$

El momento nominal resistente de la sección es:

$$M_n = (971040 \text{ Kg}) \cdot (22.517 \text{ cm} - 8,5 \text{ cm}) + (308333 \text{ Kg}) \cdot (2,517 \text{ cm}/2) + (59168 \text{ Kg}) \cdot (0,483 \text{ cm} / 2) + (852600 \text{ Kg}) \cdot (0,483 \text{ cm} / 2 + 174 \text{ cm}/2) + (367500 \text{ Kg}) \cdot (0,483 \text{ cm}/2 + 174 \text{ cm} + 3 \text{ cm}/2)$$

$$M_n = (13'611068 \text{ Kg} - \text{cm}) + (388037 \text{ Kg} - \text{cm}) + (14289 \text{ Kg} - \text{cm}) + (74'382103 \text{ Kg} - \text{cm}) + (64'585001 \text{ Kg} - \text{cm})$$

$$M_{n,resistente} = 152'980498 \text{ Kg} - \text{cm}$$

El Momento Último Resistente de la sección es:

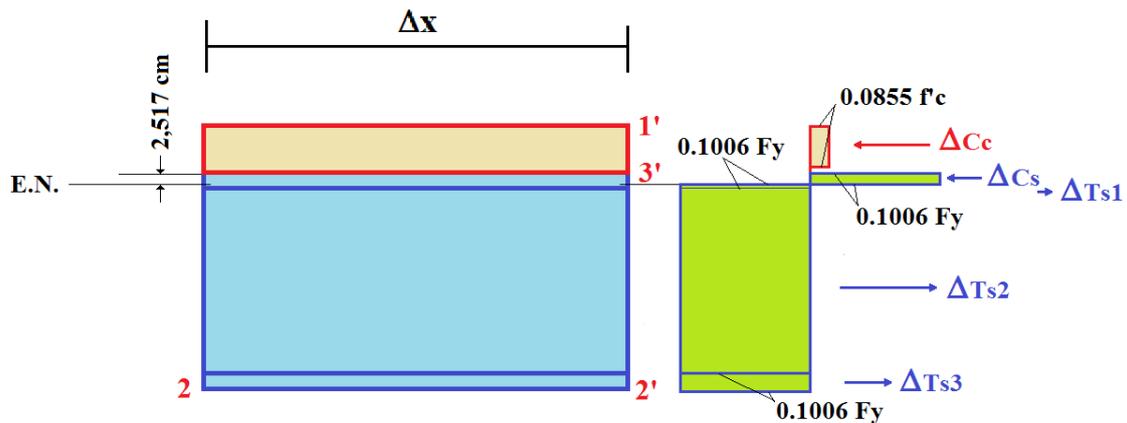
$$M_{u,resistente} = 0.90 (152'980498 \text{ Kg} - \text{cm}) = 137'682448 \text{ Kg} - \text{cm}$$

El momento desequilibrante de 13'855000 Kg-cm guarda aproximadamente las mismas proporciones en fuerzas de compresión y tracción, que los valores correspondientes en el Momento Último Resistente.

$$f = \frac{13'855000 \text{ Kg} - \text{cm}}{137'682448 \text{ Kg} - \text{cm}}$$

$$f = 0,1006$$

El diagrama de esfuerzos desequilibrantes reales, a la altura del apoyo de la viga de puente, es el 10.06% del diagrama base de esfuerzos.



$$\Delta Cc = 97688 \text{ Kg} \quad \Delta Cs = 31018 \text{ Kg} \quad \Delta Ts1 = 5952 \text{ Kg} \quad \Delta Ts2 = 85772 \text{ Kg} \quad \Delta Ts3 = 36971 \text{ Kg}$$

La fuerza cortante última, que deben resistir los conectores de corte, es la fuerza acumulada de compresión en el hormigón.

$$V_{u,horizontal} = 97688 \text{ Kg}$$

La sección transversal de los conectores de corte, por metro lineal de viga es:

$$A_v = \frac{V_{u,horizontal}}{\phi \cdot F_y}$$

$$A_v = \frac{97688 \text{ Kg}}{(0.75) (2530 \text{ kg}/\text{cm}^2)}$$

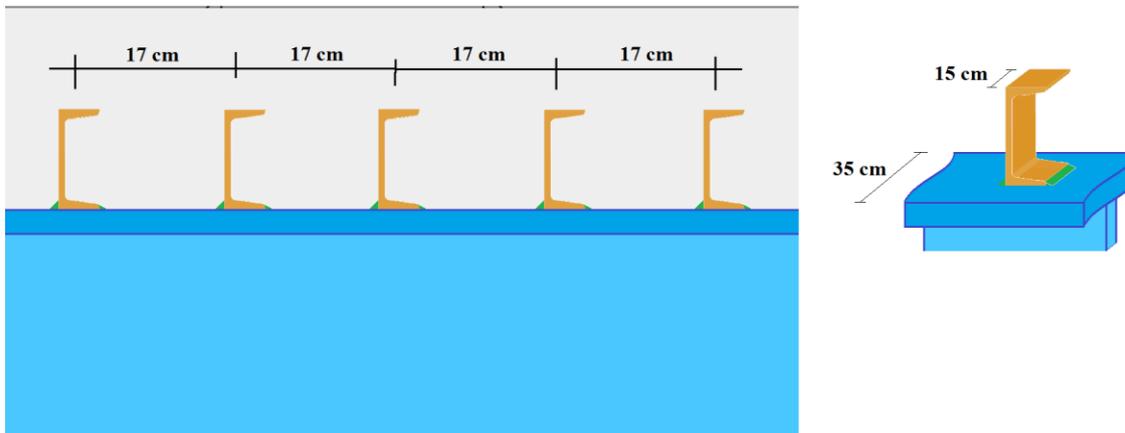
$$A_v = 51.48 \text{ cm}^2$$

El número de conectores de corte seleccionados por metro de viga, tipo UPN100, es:

$$\# \text{ conectores} = \frac{51.48 \text{ cm}^2}{(15 \text{ cm}) \times (0.6 \text{ cm})}$$

$$\# \text{ conectores} = 5.72$$

Se necesitaría un conector de corte tipo UPN100, de 15 cm de longitud, grado 36, cada 17 cm ( $100 / 5.72 = 17.48$ ), lo que es aproximadamente el doble de conectores de corte, que con un análisis exclusivamente elástico, y es la cantidad de conectores de corte necesaria para mantener los niveles de seguridad adecuadas ante sobrecargas.



Hay una diferencia muy importante en los requerimientos de resistencia a cortante de las conexiones de integración en vigas mixtas (viga de acero con losa de hormigón o viga preforzada con losa de hormigón), cuando se analizan tales conexiones en el rango elástico, y cuando se las estudia en el rango inelástico de comportamiento. Normalmente las condiciones inelásticas son más demandantes para el diseño, pues por la redistribución de esfuerzos, las cargas que en el rango elástico eran absorbidas exclusivamente por la viga metálica, pasan a ser absorbidas también por la losa de hormigón armado, y por consiguiente afectan a los conectores de corte.

La separación entre conectores de corte, conforme nos alejamos de los apoyos, podrá ser mayor que los 17 cm, y en general será inversamente proporcional a la fuerza cortante última en cada sección de la viga.

### **6.3 DISEÑO DE LOSAS SOBRE VIGAS LONGITUDINALES:**

Las losas de puente sobre vigas longitudinales trabajan básicamente en la dirección perpendicular a la dirección de la circulación vehicular. Los apoyos para las losas constituyen las vigas de desarrollo longitudinal.

El requerimiento de espesor mínimo constante del tablero, incluida la losa, está dado en la siguiente tabla:

**Table 2.5.2.6.3-1—Traditional Minimum Depths for Constant Depth Superstructures**

Superstructure		Minimum Depth (Including Deck)	
Material	Type	Simple Spans	Continuous Spans
Reinforced Concrete	Slabs with main reinforcement parallel to traffic	$\frac{1.2(S+10)}{30}$	$\frac{S+10}{30} \geq 0.54 \text{ ft.}$
	T-Beams	$0.070L$	$0.065L$
	Box Beams	$0.060L$	$0.055L$
	Pedestrian Structure Beams	$0.035L$	$0.033L$
Prestressed Concrete	Slabs	$0.030L \geq 6.5 \text{ in.}$	$0.027L \geq 6.5 \text{ in.}$
	CIP Box Beams	$0.045L$	$0.040L$
	Precast I-Beams	$0.045L$	$0.040L$
	Pedestrian Structure Beams	$0.033L$	$0.030L$
Steel	Adjacent Box Beams	$0.030L$	$0.025L$
	Overall Depth of Composite I-Beam	$0.040L$	$0.032L$
	Depth of I-Beam Portion of Composite I-Beam	$0.033L$	$0.027L$
	Trusses	$0.100L$	$0.100L$

**Tabla 6.13: Alturas mínimas para superestructuras de espesor constante [AASHTO 2010 – 2.5.2.3.1]**

El diseño simplificado de losa sobre vigas que propone la norma AASHTO se basa en la determinación de una franja equivalente transversal, responsable de resistir a los ejes transversales de llantas (perpendicular a la dirección de circulación).

<p><b>4.6.2.1—Decks</b></p> <p><i>4.6.2.1.1—General</i></p> <p>An approximate method of analysis in which the deck is subdivided into strips perpendicular to the supporting components shall be considered acceptable for decks other than:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• fully filled and partially filled grids for which the provisions of Article 4.6.2.1.8 shall apply, and</li> <li>• top slabs of segmental concrete box girders for which the provisions of 4.6.2.9.4 shall apply.</li> </ul> <p>Where the strip method is used, the extreme positive moment in any deck panel between girders shall be taken to apply to all positive moment regions. Similarly, the extreme negative moment over any beam or girder shall be taken to apply to all negative moment regions.</p>	<p><i>C4.6.2.1.1</i></p> <p>This model is analogous to past AASHTO Specifications.</p> <p>In determining the strip widths, the effects of flexure in the secondary direction and of torsion on the distribution of internal force effects are accounted for to obtain flexural force effects approximating those that would be provided by a more refined method of analysis.</p> <p>Depending on the type of deck, modeling and design in the secondary direction may utilize one of the following approximations:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Secondary strip designed in a manner like the primary strip, with all the limit states applicable;</li> <li>• Resistance requirements in the secondary direction determined as a percentage of that in the primary one as specified in Article 9.7.3.2 (i.e., the traditional approach for reinforced concrete slab in the previous editions of the AASHTO Standard Specifications); or</li> </ul>
---	---

4.6.2.1.3—Width of Equivalent Interior Strips

The width of the equivalent strip of a deck may be taken as specified in Table 4.6.2.1.3-1. Where decks span primarily in the direction parallel to traffic, strips supporting an axle load shall not be taken to be greater than 40.0 in. for open grids and not greater than 144 in. for all other decks where multilane loading is being investigated. For deck overhangs, where applicable, the provisions of Article 3.6.1.3.4 may be used in lieu of the strip width specified in Table 4.6.2.1.3-1 for deck overhangs. The equivalent strips for decks that span primarily in the transverse direction shall not be subject to width limits. The following notation shall apply to Table 4.6.2.1.3-1:

$S$  = spacing of supporting components (ft)

$h$  = depth of deck (in.)

$L$  = span length of deck (ft)

$P$  = axle load (kip)

$S_b$  = spacing of grid bars (in.)

+ $M$  = positive moment

- $M$  = negative moment

$X$  = distance from load to point of support (ft)

C4.6.2.1.3

Values provided for equivalent strip widths and strength requirements in the secondary direction are based on past experience. Practical experience and future research work may lead to refinement.

To get the load per unit width of the equivalent strip, divide the total load on one design traffic lane by the calculated strip width.

***Txt. 6.8: Método aproximado de análisis de losas de tablero, sobre vigas longitudinales, mediante franjas equivalentes [AASHTO 2010 – 4.6.2.1.1]***

Type of Deck	Direction of Primary Strip Relative to Traffic	Width of Primary Strip (in.)
<b>Concrete:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>Cast-in-place</li> </ul>	Overhang	$45.0 + 10.0X$
	Either Parallel or Perpendicular	+ $M$ : $26.0 + 6.6S$ - $M$ : $48.0 + 3.0S$
<ul style="list-style-type: none"> <li>Cast-in-place with stay-in-place concrete formwork</li> </ul>	Either Parallel or Perpendicular	+ $M$ : $26.0 + 6.6S$ - $M$ : $48.0 + 3.0S$
	Either Parallel or Perpendicular	+ $M$ : $26.0 + 6.6S$ - $M$ : $48.0 + 3.0S$
<ul style="list-style-type: none"> <li>Precast, post-tensioned</li> </ul>	Either Parallel or Perpendicular	+ $M$ : $26.0 + 6.6S$ - $M$ : $48.0 + 3.0S$
	<b>Steel:</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Open grid</li> </ul>	Main Bars
<ul style="list-style-type: none"> <li>Filled or partially filled grid</li> </ul>	Main Bars	Article 4.6.2.1.8 applies
<ul style="list-style-type: none"> <li>Unfilled, composite grids</li> </ul>	Main Bars	Article 4.6.2.1.8 applies

Wood:		
• Prefabricated glulam	○ Noninterconnected	Parallel Perpendicular
		$2.0h + 30.0$ $2.0h + 40.0$
○ Interconnected		Parallel Perpendicular
		$90.0 + 0.84L$ $4.0h + 30.0$
• Stress-laminated		Parallel Perpendicular
		$0.8S + 108.0$ $10.0S + 24.0$
• Spike-laminated	○ Continuous decks or interconnected panels	Parallel Perpendicular
		$2.0h + 30.0$ $4.0h + 40.0$
○ Noninterconnected panels		Parallel Perpendicular
		$2.0h + 30.0$ $2.0h + 40.0$

**Tabla 6.14: Ancho de las Franjas de Losa, Resistente a los Momentos Flectores de Camión [AASHTO 2010 – 2.5.2.3.1]**

Las condiciones para utilizar la metodología previa son:

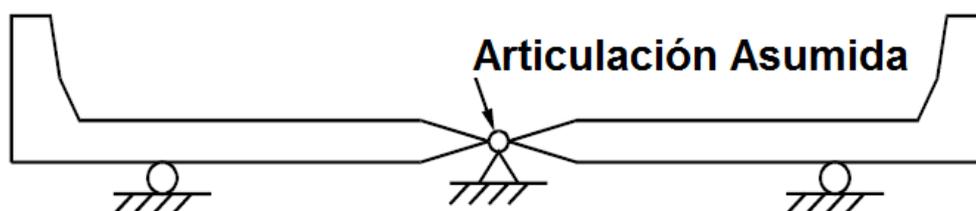
- El ancho de tablero es constante
- El número de vigas es al menos de 4 (con eso se asegura un comportamiento similar a una viga continua)
- Las vigas son paralelas y tienen aproximadamente la misma rigidez
- La calzada vehicular sobre el volado no excede de 3 pies (90 cm).
- La curvatura en planta es menor al límite especificado en el artículo 4.6.1.2.4, y
- La sección transversal coincide con una de las secciones de la tabla 4.6.2.2.1-1

En todo caso, el momento flector máximo positivo en cualquier parte de la losa es el momento flector a utilizarse a todo lo ancho de la losa, y el momento flector máximo negativo en cualquier parte de la losa es el momento flector máximo negativo para toda la losa.

El armado de refuerzo para la losa de espesor constante está conformado por 4 capas de varillas de acero, 2 longitudinales (arriba y abajo), y 2 transversales (arriba y abajo).

En el caso en que el número de vigas longitudinales sea solamente de 3, debe utilizarse la regla de las palancas para la determinación de momentos flectores positivos y negativos, con valores superiores a una losa continua.

El modelo estructural, de palancas, para 3 vigas es el siguiente:



**Fig. 6.17: Modelo conceptual de aplicación de la regla de las palancas a una losa sobre tres vigas**

A pesar de que en el modelo idealizado para 3 vigas, en la articulación central carecería de momento flector negativo, el momento de diseño en ese sitio es el máximo momento negativo, sobre el resto de apoyos.

Por otro lado, los momentos flectores negativos en losa sobre 3 vigas, deberán ser al menos los que se obtienen con el modelo de viga continua, sin articulación intermedia.

Las secciones críticas para momento flector negativo en la losa y cortante, con vigas de hormigón armado fundidas monolíticamente y unidas mediante los ramales verticales de los estribos de las vigas, se ubican al nivel de las caras exteriores de las vigas; en losas sobre vigas de acero, unidas mediante conectores de corte, se ubican a un cuarto del ancho de ala de conexión, desde el eje central de la viga; en losas de hormigón armado sobre vigas presforzadas unidas mediante estribos conectores de corte, a un tercio del ancho del ala, desde el eje centroidal de la viga.

La Norma AASHTO LRFD incluye en su Apéndice A4, la Tabla A4-1, valores de momentos flectores positivos y negativos por carga viva, incluido el efecto dinámico de impacto, sin incluir factores de mayoración (LL + IM), para losas de tablero apoyadas sobre vigas longitudinales. La mencionada tabla se transcribe a continuación:

**Table A4-1—Maximum Live Load Moments per Unit Width, kip-ft/ft**

S	Positive Moment	Negative Moment							
		Distance from CL of Girder to Design Section for Negative Moment							
		0.0 in.	3 in.	6 in.	9 in.	12 in.	18 in.	24 in.	
4'	-0"	4.68	2.68	2.07	1.74	1.60	1.50	1.34	1.25
4'	-3"	4.66	2.73	2.25	1.95	1.74	1.57	1.33	1.20
4'	-6"	4.63	3.00	2.58	2.19	1.90	1.65	1.32	1.18
4'	-9"	4.64	3.38	2.90	2.43	2.07	1.74	1.29	1.20
5'	-0"	4.65	3.74	3.20	2.66	2.24	1.83	1.26	1.12
5'	-3"	4.67	4.06	3.47	2.89	2.41	1.95	1.28	0.98
5'	-6"	4.71	4.36	3.73	3.11	2.58	2.07	1.30	0.99
5'	-9"	4.77	4.63	3.97	3.31	2.73	2.19	1.32	1.02
6'	-0"	4.83	4.88	4.19	3.50	2.88	2.31	1.39	1.07
6'	-3"	4.91	5.10	4.39	3.68	3.02	2.42	1.45	1.13
6'	-6"	5.00	5.31	4.57	3.84	3.15	2.53	1.50	1.20
6'	-9"	5.10	5.50	4.74	3.99	3.27	2.64	1.58	1.28
7'	-0"	5.21	5.98	5.17	4.36	3.56	2.84	1.63	1.37
7'	-3"	5.32	6.13	5.31	4.49	3.68	2.96	1.65	1.51
7'	-6"	5.44	6.26	5.43	4.61	3.78	3.15	1.88	1.72
7'	-9"	5.56	6.38	5.54	4.71	3.88	3.30	2.21	1.94
8'	-0"	5.69	6.48	5.65	4.81	3.98	3.43	2.49	2.16
8'	-3"	5.83	6.58	5.74	4.90	4.06	3.53	2.74	2.37
8'	-6"	5.99	6.66	5.82	4.98	4.14	3.61	2.96	2.58
8'	-9"	6.14	6.74	5.90	5.06	4.22	3.67	3.15	2.79
9'	-0"	6.29	6.81	5.97	5.13	4.28	3.71	3.31	3.00
9'	-3"	6.44	6.87	6.03	5.19	4.40	3.82	3.47	3.20
9'	-6"	6.59	7.15	6.31	5.46	4.66	4.04	3.68	3.39
9'	-9"	6.74	7.51	6.65	5.80	4.94	4.21	3.89	3.58

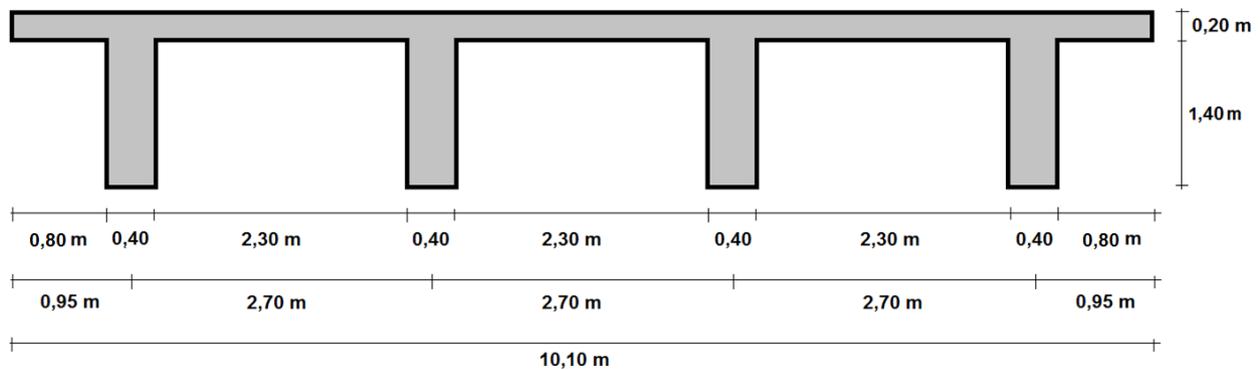
**Tabla 6.15a: Tabla de momentos flectores positivos y negativos para losas de tablero**  
[AASHTO 2010 – Appendix A4 Table A4-1]

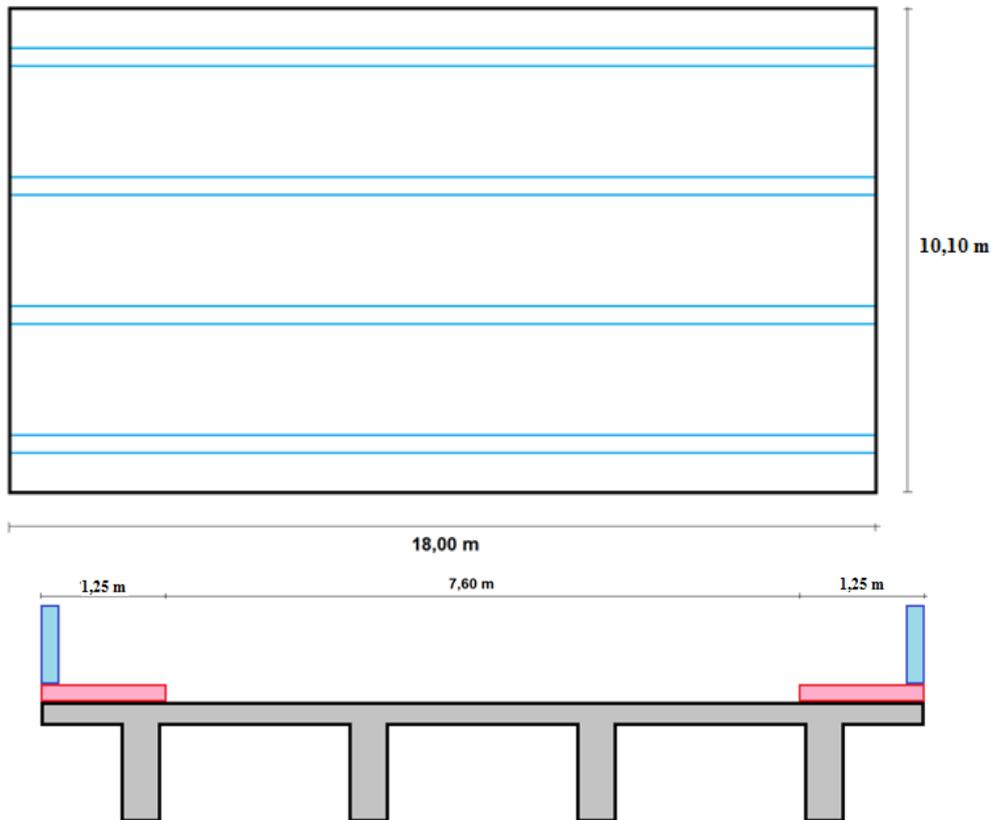
S	Positive Moment	Negative Moment							
		Distance from CL of Girder to Design Section for Negative Moment							
		0.0 in.	3 in.	6 in.	9 in.	12 in.	18 in.	24 in.	
10'	-0"	6.89	7.85	6.99	6.13	5.26	4.41	4.09	3.77
10'	-3"	7.03	8.19	7.32	6.45	5.58	4.71	4.29	3.96
10'	-6"	7.17	8.52	7.64	6.77	5.89	5.02	4.48	4.15
10'	-9"	7.32	8.83	7.95	7.08	6.20	5.32	4.68	4.34
11'	-0"	7.46	9.14	8.26	7.38	6.50	5.62	4.86	4.52
11'	-3"	7.60	9.44	8.55	7.67	6.79	5.91	5.04	4.70
11'	-6"	7.74	9.72	8.84	7.96	7.07	6.19	5.22	4.87
11'	-9"	7.88	10.01	9.12	8.24	7.36	6.47	5.40	5.05
12'	-0"	8.01	10.28	9.40	8.51	7.63	6.74	5.56	5.21
12'	-3"	8.15	10.55	9.67	8.78	7.90	7.02	5.75	5.38
12'	-6"	8.28	10.81	9.93	9.04	8.16	7.28	5.97	5.54
12'	-9"	8.41	11.06	10.18	9.30	8.42	7.54	6.18	5.70
13'	-0"	8.54	11.31	10.43	9.55	8.67	7.79	6.38	5.86
13'	-3"	8.66	11.55	10.67	9.80	8.92	8.04	6.59	6.01
13'	-6"	8.78	11.79	10.91	10.03	9.16	8.28	6.79	6.16
13'	-9"	8.90	12.02	11.14	10.27	9.40	8.52	6.99	6.30
14'	-0"	9.02	12.24	11.37	10.50	9.63	8.76	7.18	6.45
14'	-3"	9.14	12.46	11.59	10.72	9.85	8.99	7.38	6.58
14'	-6"	9.25	12.67	11.81	10.94	10.08	9.21	7.57	6.72
14'	-9"	9.36	12.88	12.02	11.16	10.30	9.44	7.76	6.86
15'	-0"	9.47	13.09	12.23	11.37	10.51	9.65	7.94	7.02

**Tabla 6.15b: Tabla de momentos flectores positivos y negativos para losas de tablero**  
[AASHTO 2010 – Appendix A4 Table A4-1]

**EJEMPLO 6.4:**

Diseñar la losa de hormigón armado del ejemplo 6.1. El predimensionamiento del puente define que el tablero está constituido por 4 vigas longitudinales de hormigón armado, de 40 cm de base y 160 cm de altura total, fundidas monóticamente con una losa de tablero de 20 cm de espesor. El hormigón tiene una resistencia característica  $f'_c$  de 280 Kg/cm<sup>2</sup>, y el acero de refuerzo tiene un esfuerzo de fluencia de 4200 Kg/cm<sup>2</sup>. El tren de cargas de diseño es el HL-93 definido por el código AASHTO 2010. La distancia entre ejes de vigas es de 2.70 m.



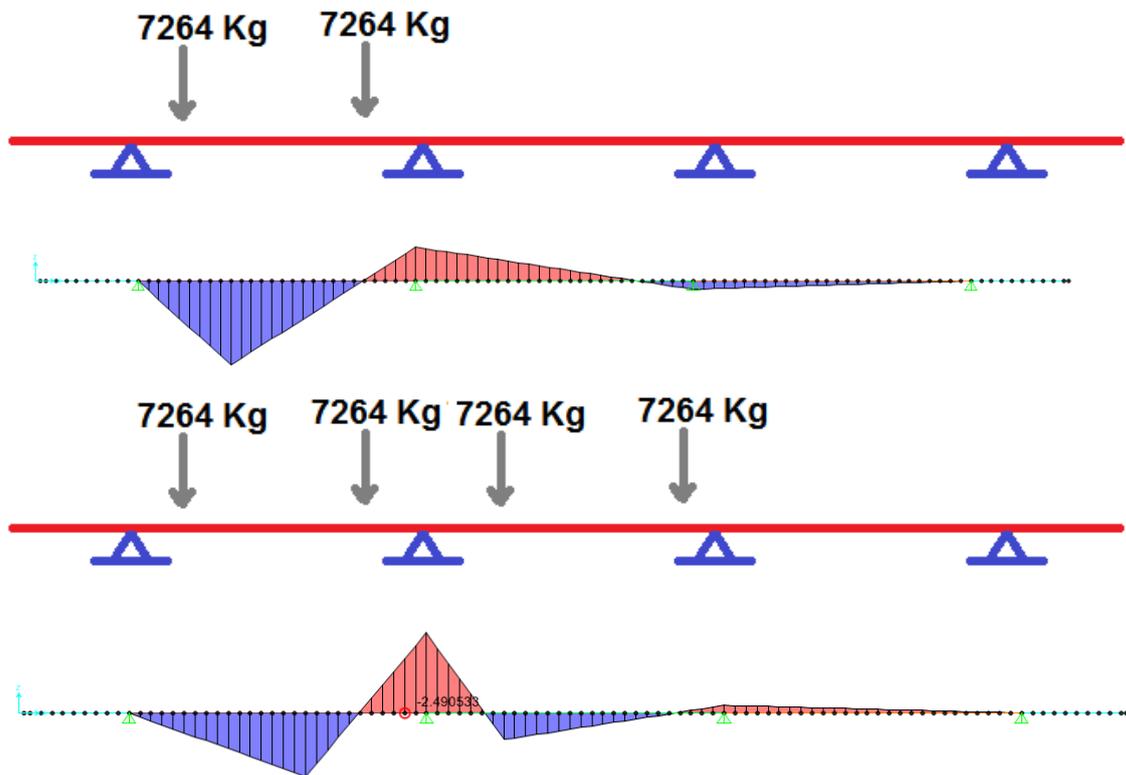


### Diseño del Armado Principal de la Losa:

Por las dimensiones y las inercias de los elementos, la losa de tablero trabaja en la dirección perpendicular al eje de circulación vehicular, y en esa dirección se ubicará la armadura, en dos capas, una superior y otra inferior.

El diseño de la losa se puede basar en el siguiente modelo estructural, sobre el que se deberá colocar hasta 2 ejes transversales pesados del camión HS20-44 (correspondientes a 2 carriles, que es lo que corresponde a un ancho de tablero de 10.10 m), separados entre sí, al menos 120 cm (30 cm de sobrecarga del chasis, y 30 cm de sobrecarga de operación vehicular, con relación a la posición de las llantas, para cada camión).





Normalmente las losas macizas de tablero, de sección constante, se diseñan a flexión, y no es necesaria su verificación a cortante.

Para utilizar la tabla A4-1 de la Norma AASHTO (Tabla 6.14 de esta publicación) se requieren los siguientes datos:

- Espaciamiento entre vigas  
 $S = 2.70 \text{ m} = 8.86 \text{ ft} = 8 \text{ ft } 10 \text{ pulg.}$
- Distancia del eje de viga a la zona crítica de momento negativo:  
 $a = 0.20 \text{ m} = 0.656 \text{ ft} = 8 \text{ pulg.}$

Para las interpolaciones correspondientes, para los momentos flectores, se toman los siguientes datos de la tabla:

Table A4-1—Maximum Live Load Moments per Unit Width, kip-ft/ft

S	Positive Moment	Negative Moment							
		Distance from CL of Girder to Design Section for Negative Moment							
		0.0 in.	3 in.	6 in.	9 in.	12 in.	18 in.	24 in.	
7' -9"	5.56	6.38	5.54	4.71	3.88	3.30	2.21	1.94	
8' -0"	5.69	6.48	5.65	4.81	3.98	3.43	2.49	2.16	
8' -3"	5.83	6.58	5.74	4.90	4.06	3.53	2.74	2.37	
8' -6"	5.99	6.66	5.82	4.98	4.14	3.61	2.96	2.58	
8' -9"	6.14	6.74	5.90	5.06	4.22	3.67	3.15	2.79	
9' -0"	6.29	6.81	5.97	5.13	4.28	3.71	3.31	3.00	

La primera interpolación se la realiza en función del espaciado entre vigas longitudinales ( $S = 8 \text{ ft } 10 \text{ inch}$ ).

Table A4-1—Maximum Live Load Moments per Unit Width, kip-ft/ft

S	Positive Moment	Negative Moment							
		Distance from CL of Girder to Design Section for Negative Moment							
		0.0 in.	3 in.	6 in.	9 in.	12 in.	18 in.	24 in.	
7'	-9"	5.56	6.38	5.54	4.71	3.88	3.30	2.21	1.94
8'	-0"	5.69	6.48	5.65	4.81	3.98	3.43	2.49	2.16
8'	-3"	5.83	6.58	5.74	4.90	4.06	3.53	2.74	2.37
8'	-6"	5.99	6.66	5.82	4.98	4.14	3.61	2.96	2.58
8'	-9"	6.14	6.74	5.90	5.06	4.22	3.67	3.15	2.79
8'	-10"	6.19			5.08	4.24			
9'	-0"	6.29	6.81	5.97	5.13	4.28	3.71	3.31	3.00

La segunda interpolación se la realiza para la distancia de 8 pulg. Entre el eje centroidal de la viga y la cara lateral de la viga (a = 8 inch).

Table A4-1—Maximum Live Load Moments per Unit Width, kip-ft/ft

S	Positive Moment	Negative Moment								
		Distance from CL of Girder to Design Section for Negative Moment								
		0.0 in.	3 in.	6 in.	8 in.	9 in.	12 in.	18 in.	24 in.	
7'	-9"	5.56	6.38	5.54	4.71		3.88	3.30	2.21	1.94
8'	-0"	5.69	6.48	5.65	4.81		3.98	3.43	2.49	2.16
8'	-3"	5.83	6.58	5.74	4.90		4.06	3.53	2.74	2.37
8'	-6"	5.99	6.66	5.82	4.98		4.14	3.61	2.96	2.58
8'	-9"	6.14	6.74	5.90	5.06		4.22	3.67	3.15	2.79
8'	-10"	6.19		5.08	4.52	4.24				
9'	-0"	6.29	6.81	5.97	5.13	4.28	3.71	3.31	3.00	

Los momentos flectores máximos interiores, por carga viva e impacto sin factor de mayoración, son:

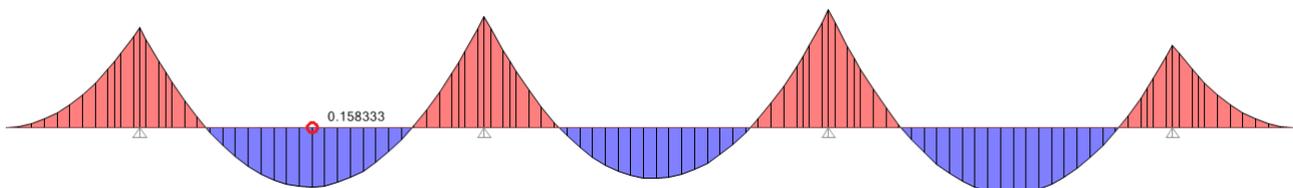
$$M_{LL+IM(+)} = 6.19 \text{ kips-ft/ft}$$

$$M_{LL+IM(-)} = 4.52 \text{ Kips-ft/ft}$$

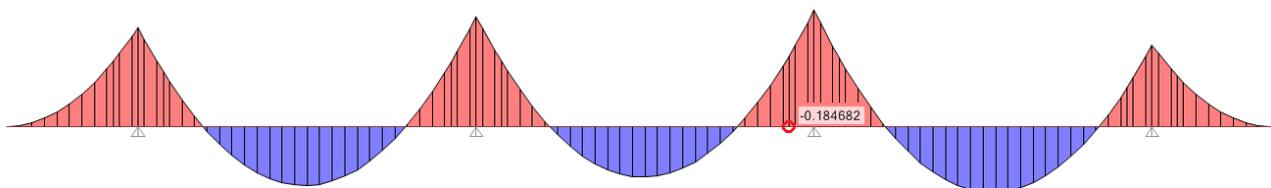
$$M_{LL+IM(+)} = (0.454 \times 6.19) \text{ Tons-m/m} = 2.810 \text{ T-m/m}$$

$$M_{LL+IM(-)} = (0.454 \times 4.52) \text{ Tons-m/m} = 2.052 \text{ T-m/m}$$

Los momento flectores positivos y negativos máximos por carga permanente anclada (DC), para una franja de 1 m de ancho, son:

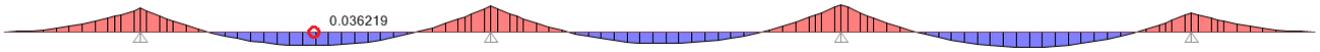


$$M_{DC(+)} = 0.158 \text{ T-m/m}$$



$$M_{DC(-)} = 0.185 \text{ T-m/m}$$

Los momentos flectores positivos y negativos máximos por carga permanente desgastable (DW), para una franja de 1 m de ancho, son:



$$M_{DW(+)} = 0.036 \text{ T-m/m}$$



$$M_{DW(-)} = 0.044 \text{ T-m/m}$$

### Momentos Flectores de Diseño y Armado:

Los Momentos Flectores últimos, de diseño son:

$$M_u(+) = 1.25 (0.158) + 1.50 (0.035) + 1.75 (2.810)$$

$$M_u(+) = 5.168 \text{ T-m/m}$$

$$M_u(-) = 1.25 (0.185) + 1.50 (0.044) + 1.75 (2.052)$$

$$M_u(-) = 3.888 \text{ T-m/m}$$

La armadura positiva principal (inferior) requerida es la siguiente:

$$b = 100 \text{ cm}$$

d = altura – recubrimiento – distancia al centro gravedad de varillas

$$d = 20 \text{ cm} - 5 \text{ cm} - 0.8 \text{ cm} = 14 \text{ cm}$$

$$k = 0.85 f'c.b.d$$

$$k = 0.85 (280 \text{ Kg/cm}^2) (100 \text{ cm}) (14 \text{ cm})$$

$$k = 333200 \text{ Kg}$$

$$A_s = \frac{k}{F_y} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2 M_u}{\phi \cdot k \cdot d}} \right]$$

$$A_s = \frac{333200 \text{ Kg}}{4200 \text{ Kg/cm}^2} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2 (516800 \text{ Kg} \cdot \text{cm})}{(0.90)(333200 \text{ Kg})(14 \text{ cm})}} \right]$$

$$A_s(+) = 10.46 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_s(+) = 1\phi 16 \text{ mm @ } 23 \text{ cm.}$$

La armadura negativa principal (superior) requerida es la siguiente:

$$b = 100 \text{ cm}$$

$$d = 14 \text{ cm}$$

$$k = 0.85 f'c.b.d$$

$$k = 0.85 (280 \text{ Kg/cm}^2) (100 \text{ cm}) (14 \text{ cm})$$

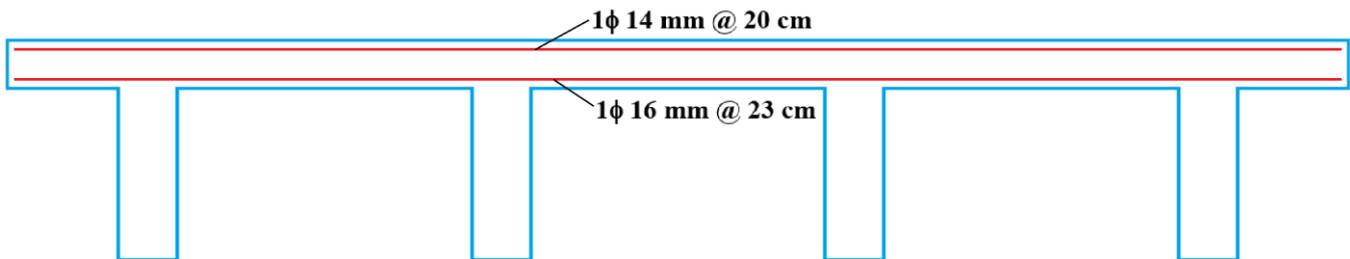
$$k = 333200 \text{ Kg}$$

$$A_s = \frac{k}{F_y} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2 M_u}{\phi \cdot k \cdot d}} \right]$$

$$A_s = \frac{333200 \text{ Kg}}{4200 \text{ Kg/cm}^2} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2 (388800 \text{ Kg} - \text{cm})}{(0.90)(333200 \text{ Kg})(14 \text{ cm})}} \right]$$

$$A_s(-) = 7.72 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_s(-) = 1\phi 14 \text{ mm @ } 20 \text{ cm.}$$



*Armado Principal de la Losa de Tablero*

#### **Armadura Mínima en las Cuatro Capas de Acero:**

AASHTO establece armaduras mínimas para las 2 capas inferiores y las 2 capas superiores en las losas, cuyo objetivo es controlar la fisuración del hormigón.

#### **9.7.2.5—Reinforcement Requirements**

Four layers of isotropic reinforcement shall be provided in empirically designed slabs. Reinforcement shall be located as close to the outside surfaces as permitted by cover requirements. Reinforcement shall be provided in each face of the slab with the outermost layers placed in the direction of the effective length. The minimum amount of reinforcement shall be 0.27 in.<sup>2</sup>/ft of steel for each bottom layer and 0.18 in.<sup>2</sup>/ft of steel for each top layer. Spacing of steel shall not exceed 18.0 in. Reinforcing steel shall be Grade 60 or better. All reinforcement shall be straight bars, except that hooks may be provided where required.

*Txt. 6.9: Armadura mínima de refuerzo [AASHTO 2010 – 9.7.2.5]*

#### **Armadura mínima inferior:**

$$A_{S_{\text{mín,inf}}} = 0.27 \text{ in}^2/\text{ft}$$

$$A_{S_{\text{mín,inf}}} = 5.72 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{S_{\text{mín,inf}}} = 1\phi 14 \text{ mm @ } 26 \text{ cm}$$

#### **Armadura mínima superior:**

$$A_{S_{\text{mín,sup}}} = 0.18 \text{ in}^2/\text{ft}$$

$$A_{S_{\text{mín, sup}}} = 3.81 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{S_{\text{mín, sup}}} = 1 \phi 12 \text{ mm @ } 29 \text{ cm}$$

**Armadura de distribución inferior:**

AASHTO también fija un armado mínimo longitudinal inferior, cuyo objetivo es asegurar la conformación de las franjas equivalentes utilizadas en diseño, el mismo que es un porcentaje del armado principal positivo de losa.

**9.7.3.2—Distribution Reinforcement**

Reinforcement shall be placed in the secondary direction in the bottom of slabs as a percentage of the primary reinforcement for positive moment as follows:

- For primary reinforcement parallel to traffic:
 
$$100/\sqrt{S} \leq 50 \text{ percent}$$
- For primary reinforcement perpendicular to traffic:
 
$$220/\sqrt{S} \leq 67 \text{ percent}$$

where:

$S$  = the effective span length taken as equal to the effective length specified in Article 9.7.2.3 (ft)

*Txt. 6.10: Armadura de distribución [AASHTO 2010 – 9.7.3.2]*

$$\% = 100/\sqrt{S}$$

$$S = 2.30 \text{ m} = 7.55 \text{ ft}$$

$$\% = 100/\sqrt{7.55}$$

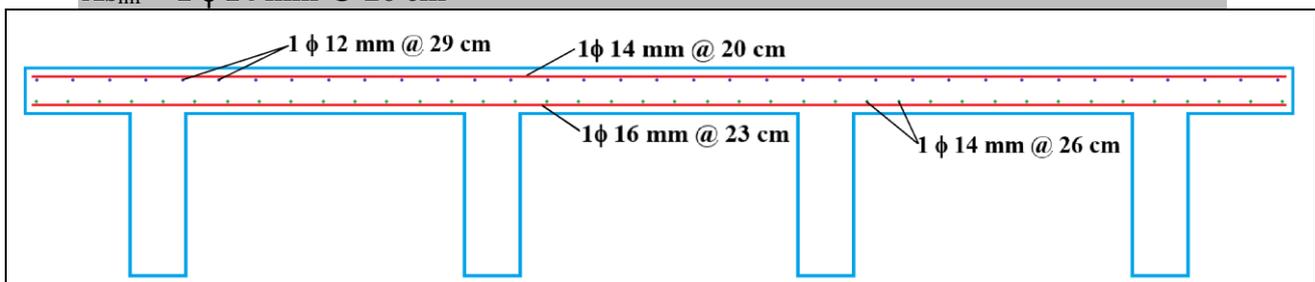
$$\% = 36.4\%$$

$$A_{S_{\text{inf}}} = 0.364 (10.46 \text{ cm}^2/\text{m})$$

$$A_{S_{\text{inf}}} = 3.81 \text{ cm}^2/\text{m}$$

La armadura de distribución inferior es menor que la armadura mínima inferior por fisuración, por lo que predomina la mínima inferior.

$$A_{S_{\text{inf}}} = 1 \phi 14 \text{ mm @ } 26 \text{ cm}$$



*Armado Principal (2 capas) y Secundario (2 capas) de la Losa de Tablero*

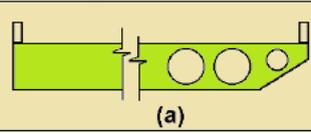
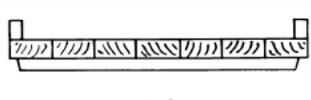
La dimensión del volado es tal que, al ser alrededor del 70% de la luz entre vigas, su momento flector no es dominante para el diseño.

## 6.4 DISEÑO DE LOSAS LONGITUDINALES SIMPLEMENTE APOYADAS:

Los puentes con luces menores a 6.00 m suelen diseñarse como puentes-losa de hormigón armado, sin la presencia de vigas longitudinales.

<p><b>4.6.2.3—Equivalent Strip Widths for Slab-Type Bridges</b></p> <p>This Article shall be applied to the types of cross-sections shown schematically in Table 4.6.2.3-1. For the purpose of this Article, cast-in-place voided slab bridges may be considered as slab bridges.</p> <p>The equivalent width of longitudinal strips per lane for both shear and moment with one lane, i.e., two lines of wheels, loaded may be determined as:</p> $E = 10.0 + 5.0\sqrt{L_1 W_1} \quad (4.6.2.3-1)$ <p>The equivalent width of longitudinal strips per lane for both shear and moment with more than one lane loaded may be determined as:</p> $E = 84.0 + 1.44\sqrt{L_1 W_1} \leq \frac{12.0W}{N_L} \quad (4.6.2.3-2)$ <p>where:</p> <p><math>E</math> = equivalent width (in.)</p>	<p><math>L_1</math> = modified span length taken equal to the lesser of the actual span or 60.0 (ft)</p> <p><math>W_1</math> = modified edge-to-edge width of bridge taken to be equal to the lesser of the actual width or 60.0 for multilane loading, or 30.0 for single-lane loading (ft)</p> <p><math>W</math> = physical edge-to-edge width of bridge (ft)</p> <p><math>N_L</math> = number of design lanes as specified in Article 3.6.1.1.1</p> <p>For skewed bridges, the longitudinal force effects may be reduced by the factor <math>r</math>:</p> $r = 1.05 - 0.25\text{tan}\theta \leq 1.00 \quad (4.6.2.3-3)$ <p>where:</p> <p><math>\theta</math> = skew angle (degrees)</p>
--	---

***Txt. 6.11: Ancho de franja equivalente para puentes tipo losa [AASHTO 2010 – 4.6.2.3]***

Supporting Components	Type of Deck	Typical Cross-Section
Cast-in-Place Concrete Slab or Voided Slab	Monolithic	 (a)
Stressed Wood Deck	Integral Wood	 (b)
Glued/Spiked Wood Panels with Spreader Beam	Integral Wood	 (c)

***Fig. 6.18: Secciones típicas de puentes tipo losa [AASHTO 2010 – 4.6.2.3-1]***

### EJEMPLO 6.5:

Diseñar un Tablero – alcantarilla de 7.20 m de ancho, 6.00 m de longitud y 40 cm de espesor.

$$E = 0.254 + 0.416\sqrt{L_1 \cdot W_1} < 120 \text{ cm}$$

E, en metros

$$E=120 \text{ cm}$$

$$Q_{DC} = 2.496 \text{ T/m}$$

$$Q_{DW} = 0.286 \text{ T/m}$$

$$P = 1.33 (10 \text{ T}) = 13.3 \text{ T}$$

$$M_{DC} = 11.232 \text{ T-m}$$

$$M_{DW} = 1.287 \text{ T-m}$$

$$M_{LL} = 19.95 \text{ T-m}$$

$$Mu = 1.25 (11.232) + 1.50 (.286) + 1.75 (19.95)$$

$$Mu = 49.38 \text{ T-m}$$

$$As = 41.47 \text{ cm}^2 / 1.32 \text{ m}$$

$$As = 31.42 \text{ cm}^2/\text{m} = 1 \phi 25 \text{ mm @ } 15 \text{ cm}$$

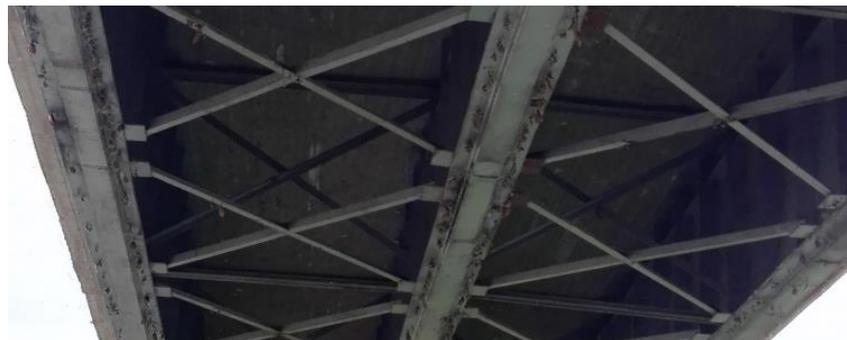
$$As, \text{mín} = 11.67 \text{ cm}^2/\text{m} = 1 \phi 18 \text{ mm @ } 20 \text{ cm}$$

## **6.5 DISEÑO DE VIGAS-DIAFRAGMA:**

En los tableros con vigas longitudinales, es necesario colocar vigas-diafragma que integren transversalmente a las vigas longitudinales, de hormigón, de acero o de hormigón preesforzado, y ocasionalmente inclusive arriostramientos en celosía.



*Viga-diafragma Transversal, como sistema de arriostramiento de vigas longitudinales preesforzadas*

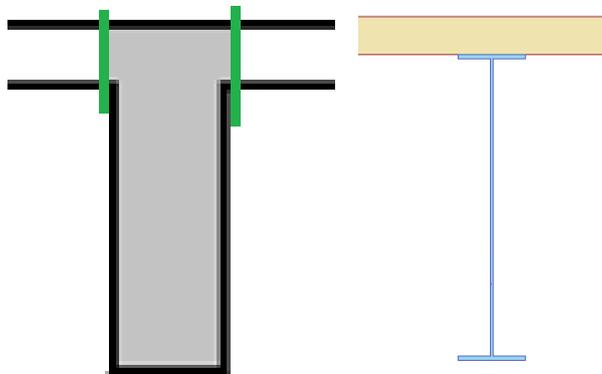




*Sistema de Arriostramiento en Celosía, en tableros con vigas metálicas:  
Celosías-Diafragma Verticales y Cruces de San Andrés Horizontales*

La necesidad de vigas-diafragma, o celosías-diafragma surge de dos factores:

- Con frecuencia las vigas longitudinales tienen secciones transversales especialmente sensibles al efecto de acciones torsionales, por lo que se requieren mecanismos de estabilización de las mismas.



- El método de diseño de vigas longitudinales, fijado por AASHTO, maneja trenes de carga menores a los reales ( $32.5 \text{ T} + 10 \text{ T} / 1.33 = 40 \text{ T}$ ;  $32.5 \text{ T}$  del camión HS20-44 con efecto dinámico y  $10 \text{ T}$  de carga distribuida sin efecto dinámico), mientras que los que realmente actúan sobre los puentes son mayores ( $45 \text{ T} - 48 \text{ T}$ ), pues se confía en la redistribución de esfuerzos y cargas, hacia las zonas menos cargadas del tablero de puente, efecto que se logra físicamente mediante 2 mecanismos complementarios: losa de tablero con rigidez adecuada, y vigas-diafragma o celosías-diafragma con rigideces y espaciamientos controlados.

En el caso de las vigas metálicas tipo I, el problema de torsión es tan grande que las celosías-diafragma son insuficientes, y se requiere de un sistema de arriostramientos horizontales en celosía complementario, para la etapa de operación. Durante el

lanzamiento de las vigas es frecuente un sistema de arriostramiento en estéreo-celosía, aún más importante.



Para las separaciones estándar entre vigas en nuestro medio, entre 2.40 m y 3.30 m, se requerirán diafragmas cada 10 m, incluidos los 2 diafragmas de arranque y finalización de tablero. La rigidez mínima a flexión de estas vigas-diafragma o celosías-diafragma ( $4EI/L$ ) debe ser de al menos un cuarto de la rigidez a flexión de las vigas longitudinales principales, para el espaciamiento entre diafragmas, y la altura del diafragma o la celosía transversal debe ser al menos la mitad de la altura de las vigas principales.

La capacidad a flexión de las vigas-diafragma estará dada por el armado mínimo de flexión, y el momento torsor desequilibrado real, fruto del modelamiento tridimensional. La mayor relación altura-ancho de las vigas diafragma, en hormigón armado, debe ser similar a la relación altura-ancho de las vigas principales, o hasta 4:1.

### **REFERENCIAS:**

- 6.1 AASHTO LRFD - 2010 y AASHTO LRFD - 2017, *Bridge Design Specifications*, American Association of State Highway and Transportation Officials.  
<http://www.transportation.org/>
- 6.2 ACI 318 – 14 (2014) y ACI 318-05 (2005), *Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural*, American Concrete Institute.
- 6.3 AISC 360-16 (2016), *Especificación para Construcciones de Acero AISC*, American Institute of Steel Construction
- 6.4 FHWA, *Varias Publicaciones*, U.S. Department of Transportation – Federal Highway Administration.  
<http://www.fhwa.dot.gov/>
- 6.5 *Manuals*, California Department of Transportation  
<http://www.dot.ca.gov/manuals.htm>
- 6.6 NEVI-12-MTOP, (2012), *Norma Ecuatoriana Vial*, Ministerio de Transporte y Obras Públicas del Ecuador.  
<http://www.obraspublicas.gob.ec/norma-ecuatoriana-vial-nevi-12/>

- 6.7 NEC-15, (2015), *Norma Ecuatoriana de la Construcción*, Instituto Ecuatoriano de Normalización - INEN.  
<http://www.cicp-ec.com/index.php/leyes-y-normativas/norma-ecuatoriana-de-la-construccion>