

# ANÁLISIS DE PLACAS DE CIMENTACIÓN USANDO ELEMENTOS FINITOS TRIANGULARES Y MÓDULOS DE DEFORMACIÓN VOLUMÉTRICOS DE LOS ESTRATOS DEL SUELO

Juan Carlos Molano Toro<sup>(1)</sup>

[juan.molanotoro1@gmail.com](mailto:juan.molanotoro1@gmail.com)

<sup>1</sup> Ingeniero Civil, Universidad de Medellín, Colombia  
PMP, PMI-SP, Especialista en Proyectos

## Resumen

Se presenta un nuevo análisis 2-D de placas de cimentación sobre suelos estratificados con sus módulos de deformación volumétricos  $M_v(m^2/Tf)$  usando una malla triangular de elementos finitos con matriz de rigidez de cada elemento de  $9 \times 9$ . Este método es una extensión de los modelos 1-D propuestos por Deméneghi[5] y Molano[10] para simular por retículas la placa. El cálculo del vector de cargas ocasionado por carga uniforme conocida  $q_o(Tf/m^2)$  se realiza con un vector lleno de 9 filas (valores diferentes de cero). El cálculo de la Ecuación Matricial de Asentamientos  $[EMA][q_{zm}] = -[\delta_{zi}]$ , se realiza según Damy R. [4] usando cargas verticales  $q_{zm}$  uniformemente repartidas sobre superficies poligonales de cualquier forma. El ensamblaje y solución del sistema completo de ecuaciones lineales con incógnitas  $\delta_{zi}$ ,  $\theta_{xi}$ ,  $\theta_{yi}$ ,  $q_{zm}$  se realiza según Deméneghi[5] usando un método directo sin iteraciones. Se presentan dos alternativas de modelación de dovelas: a) Todas las dovelas rectangulares (formadas por triángulos) tienen su centroide en el centro de gravedad del rectángulo y b) igual que el caso a) para las dovelas interiores, pero las dovelas perimetrales tienen su centroide en el extremo medio del rectángulo que toca el perímetro de la placa. Se calcula la matriz de resortes  $K_{ss}[\delta_{zi}, \theta_{xi}, \theta_{yi}]$  (placa de concreto+suelo) debajo de las cargas concentradas  $P_i$ , según Molano[15]. Se presenta un ejemplo numérico.

**Palabras clave:** *interacción suelo estructura, elementos finitos triangulares, módulo de deformación volumétrico, suelos estratificados*

## Abstract

A new 2-D analysis of foundation plates on stratified soils with their volumetric deformation moduli  $M_v(m^2/Tf)$  is presented using a triangular finite element mesh with a  $9 \times 9$  stiffness matrix for each element. This method is an extension of the 1-D models proposed by Deméneghi[5] and Molano[10] to simulate the plate using grids. The calculation of the load vector caused by known uniform load  $q_o(Tf/m^2)$  is carried out with a vector filled with 9 rows (non-zero values). The calculation of the Settlement Matrix Equation  $[EMA][q_{zm}] = -[\delta_{zi}]$ , is carried out according to Damy R. [4] using vertical loads  $q_{zm}$  uniformly distributed on polygonal surfaces of any shape. The assembly and solution of the complete system of linear equations with unknowns

$\delta_{zi}$  ,  $\theta_{xi}$  ,  $\theta_{yi}$  ,  $q_{zm}$  is carried out according to Deméneghi[5] using a direct method without iterations. Two segment modeling alternatives are presented: a) All rectangular segments (formed by triangles) have their centroid in the center of gravity of the rectangle and b) the same as case a) for the interior segments, but the perimeter segments have their centroid at the middle end of the rectangle that touches the perimeter of the plate. The spring matrix  $K_{ss}[\delta_{zi}$  ,  $\theta_{xi}$  ,  $\theta_{yi}]$  (concrete plate+soil) is calculated under the concentrated loads  $P_i$ , according to Molano[15]. A numerical example is presented.

**Keywords:** *soil structure interaction, triangular finite element, volumetric deformation moduli, stratified soils*

## 1. Introducción

En el análisis de la interacción suelo-estructura de cimentaciones el autor evaluó los métodos propuestos por Deménegui[5] y Molano[10] que calculan asentamientos del terreno, momentos y fuerzas cortantes usando vigas 1-D en las dos direcciones para simular la retícula, y el método riguroso 2-D para el cálculo sólo de asentamientos del terreno según Gonzáles A. J. L.[6] que usa polígonos(rectángulos) para modelar tanto el suelo como la cimentación en concreto y se encontró que dichos métodos presentan excelentes ventajas por separado que permiten crear un nuevo método directo(más exacto) pero que difiere completamente de cada formulación, pues en el análisis 2-D se utilizan elementos finitos triangulares de 9 grados de libertad por elemento ( $\delta_{z1}$ ,  $\theta_{x1}$ ,  $\theta_{y1}$ ,  $\delta_{z2}$ ,  $\theta_{x2}$ ,  $\theta_{y2}$ ,  $\delta_{z3}$ ,  $\theta_{x3}$ ,  $\theta_{y3}$ ) , un vector de cargas  $9 \times 1$  (todas las filas llenas) ocasionado por la carga conocida  $q_0$ (Tf/m<sup>2</sup>) y la ecuación matricial de asentamientos [EMA] usando la metodología propuesta por Damy R.[4] para cargas verticales desconocidas  $q_{zm}$ (Tf/m<sup>2</sup>) sobre superficies poligonales de cualquier forma(en este caso triángulos). El ensamblaje y solución del sistema completo de ecuaciones lineales con incógnitas  $\delta_{zi}$  ,  $\theta_{xi}$  ,  $\theta_{yi}$  ,  $q_{zm}$ , se realiza según Deméneghi [4] usando un método directo sin iteraciones. Como valor agregado de esta investigación se calcula la matriz de resortes  $K_{ss}[\delta_{zi}$  ,  $\theta_{xi}$  ,  $\theta_{yi}]$  (placa de concreto+suelo) debajo de cada carga concentrada  $P_i$ , según Molano[15] cuyos valores pueden ser ingresados en el software ETABS, SAP2000, MIDAS, etc., para el cálculo de los asentamientos diferenciales de la Superestructura.

## 2. Derivación de Propiedades de Elementos

### 2.1. Matriz de Rigidez de $9 \times 9$ y Vector de Cargas de $9 \times 1$ del Elemento Finito Triangular

Para la matriz de rigidez  $9 \times 9$  del elemento triangular, en los siguientes grados de libertad  $\delta_{z1}$ ,  $\theta_{x1}$ ,  $\theta_{y1}$ ,  $\delta_{z2}$ ,  $\theta_{x2}$ ,  $\theta_{y2}$ ,  $\delta_{z3}$ ,  $\theta_{x3}$  y  $\theta_{y3}$ , en coordenadas globales se tomará el modelo presentado por Jeyachandrase C. and Kirkhope J.[7] tal y como se muestra en la Fig. 1,

donde los nudos se ordenan en el sentido anti-horario es decir 1-2-3, con el eje 'Y' hacia arriba.

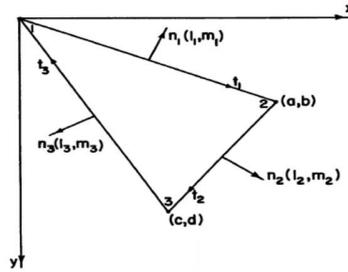


Fig. 1. Elemento Finito Triangular (3 gdl/nudo)

Para el vector de cargas  $9 \times 1$  (todas las filas llenas) en coordenadas globales ocasionado por carga uniformemente distribuída  $q_0$  ( $Tf/m^2$ ) se tomará el modelo presentado por Butlin G.A. and Ford R.[3] pps 324 y 328 para los siguientes grados de libertad ( $F1-\delta z1$ ,  $F3-\theta x1$ ,  $F2-\theta y1$ ,  $F7-\delta z2$ ,  $F9-\theta x2$ ,  $F8-\theta y2$ ,  $F13-\delta z3$ ,  $F15-\theta x3$ ,  $F14-\theta y3$ ).

Cada triángulo contribuye, en coordenadas globales, a formar la Matriz de Rigidez total  $[K]$  del sistema y el vector de Cargas  $[Po]$  generado por cargas concentradas  $P_i$  y distribuidas  $q_0$  ( $Tf/m^2$ ) conocidas y desconocidas  $q_{zm}$  según Molano[10] así:

$$[K][X]=[Po] \tag{1}$$

Para el cálculo de las sollicitaciones internas de los elementos triangulares se usará la siguiente expresión, tomada de Petyt M.[16] pps 213-214:

$$[\sigma]=[D][B][\alpha] \tag{2}$$

Siendo  $[\sigma]^T=[M_x, M_y, M_{xy}, Q_x, Q_y]$  el vector de sollicitaciones internas para cada elemento triangular.

## 2.2. Análisis de Asentamientos de Terreno. Cálculo de la matriz EMA

Se supone que el suelo situado debajo de la placa de cimentación se compone de uno o varios estratos horizontales, de propiedades uniformes dentro de cada uno de ellos, como lo es su Módulo de deformación Volumétrico ( $M_{vi}$  en unidades  $m^2/Tf$ ). Estos estratos de espesores  $H_i$ , descansan sobre una base poco compresible.

A partir de la anterior estratigrafía, sus condiciones hidráulicas y propiedades esfuerzo-deformación del subsuelo ( $M_{vi}$ ), **datos proporcionados únicamente por el Ingeniero Geotecnista**, se obtiene la matriz de desplazamientos unitarios del suelo con ayuda de al Ecuación Matricial de Asentamientos (EMA), mediante el cálculo de los coeficientes de

influencia  $lijk$  que resultan de aplicar presiones unitarias ( $q_{zm}=1.0$ ) sobre superficies poligonales(dovelas) de cualquier forma según Damy R.[4], en este caso triángulos. Se considera el polígono(dovela) de la Fig. 2 y se desea obtener el esfuerzo  $q_z$  en un punto que se encuentra a una profundidad  $z$  bajo el punto P.

Si se conoce la integral de  $q_{zm}$  sobre un triángulo de forma cualquiera para el punto situado a una profundidad  $z$  bajo uno de sus vértices, se puede conocer la integral sobre el polígono, ya que será la suma algébrica de las contribuciones de cada uno de los triángulos. Obsérvese que la numeración de los nudos debe seguir el sentido antihorario. (ver Fig. 2).

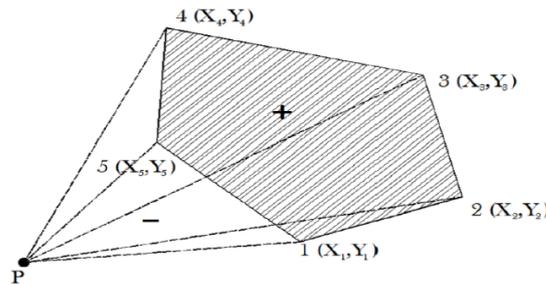


Fig. 2 Área poligonal uniformemente cargada Damy R.[4].

Es necesario enumerar todos los vértices del área(dovela) cargada, conociendo las coordenadas  $X_i$  y  $Y_i$  de cada uno de los vértices tal y como se muestra en la Figura 3.

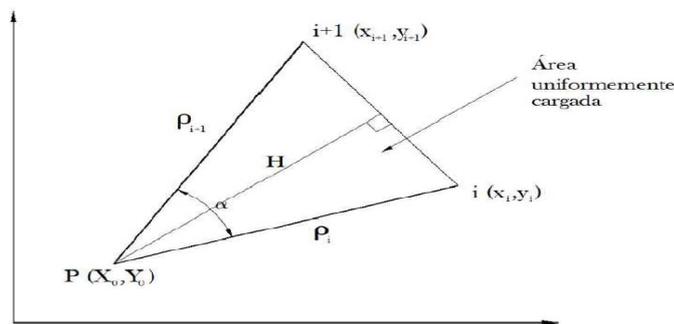


Fig. 3 Área triangular uniformemente cargada

Cada triángulo de la Fig. 2 hace su contribución en el cálculo de las presiones  $q_{zm}$  tal y como se indican en la Fig. 3 y en el procedimiento presentado por Damy R.[4] en las págs 84-85 para cada valor de  $\chi$  según el caso, en todo tipo de suelos (aluviales cuaternarios, residuales, coluviales, etc):

$\chi = 1.5$ (Westergaard), para un suelo fuertemente estratificado reforzado por estratos horizontales múltiples e indeformables  $v_s=0.0$ .

$\chi = 2.0$ (Fröhlich), suelo estratificado con estratos de diferentes deformabilidades.

$\chi=3.0$ (Boussinesq) , suelo homogéneo e isótropo.

$\chi=4.0$ (Fröhlich)], suelo homogéneo en que la compresibilidad se reduce con la profundidad, como en el caso de las arenas.

El asentamiento total  $\delta_{zi}$  debajo del punto i será:

$$-\delta_{zi} = \sum_{j=1}^p M_{vij} \cdot H_j \cdot \sum_{k=1}^m l_{ijk} \cdot q_{zk} \quad (3)$$

siendo:  $p$  = el número de estratos del subsuelo.

$m$  = el número de dovelas (rectángulos conformado por triángulos)

Por lo tanto:

$$-[\delta_{zi}]_{mx1} = [\delta_{ik}]_{mxm} \cdot [q_z]_{mx1} = [EMA]_{mxm} \cdot [q_z]_{mx1} \quad (4)$$

**De esta forma la matriz [EMA] está en 2-D, pues toma en cuenta el sentido corto de la placa de cimentación tal y como lo define Zeevaert[18] en la pág 52.**

Se presentan dos alternativas de modelación de dovelas: a) Todas las dovelas rectangulares(formadas por triángulos) tienen su centroide en el centro de gravedad del rectángulo(opción dovelas=2) y b) igual que el caso a) para las dovelas interiores, pero las dovelas perimetrales tienen su centroide en el extremo medio del rectángulo que toca el perímetro de la placa(opción dovelas=1).

Zeevaert[18] recomienda realizar dos análisis independientes, que conciernen al módulo de elasticidad del concreto  $E_c$  de la placa de cimentación:

- Al terminarse la construcción, corto plazo, usar como módulo de elasticidad  $E=E_c/2.0$
- A largo plazo, usar como módulo de elasticidad  $E=E_c/3.0$

**La placa de cimentación debe diseñarse para momentos flectores y fuerzas cortantes (espesor y refuerzos longitudinal y transversal) en la situación más desfavorable que resulte de estos dos análisis.**

### 2.3. Compatibilidad de Desplazamientos

Se establece la compatibilidad de desplazamientos con el procedimiento directo sugerido por Deméneghi[5] y verificado por Molano[10] donde los asentamientos del suelo  $\delta_{zi}$ ,  $E_c$ . (4), se sustituyen en el sistema estructural de la  $E_c$ . (1). En esta forma desaparecen como

incógnitas los asentamientos  $\delta_{zi}$  y quedan únicamente como incógnitas los giros  $\theta_{xi}$  ,  $\theta_{yi}$  y las presiones del suelo  $q_{zm}$ . El número de ecuaciones lineales es igual al número de incógnitas, con lo que ya es posible resolver este sistema. Luego usando la Ec. (4) se obtienen los asentamientos del suelo  $\delta_{zi}$ .

### 3. Presentación de Resultados con un Ejemplo Numérico

Se tomará el ejemplo de Zeevaert[18] con opción 2 para las dovelas. Los datos de entrada para modelo 2-D están en la Tabla 1 y Figuras 4 y 5. Los datos de salida del análisis 2-D se muestran en las Tablas 2 a 4 y Figuras 6 a 8.

Tabla 1. datos de Entrada del Ejemplo 1

DATOS NUDOS		DATOS ELEMENTOS						DATOS ELEMENTOS						n_dovelas=36	
nudo	x(m)	y(m)	ele	node1	node2	node3	ele	node1	node2	node3	DOV	NUDOXX			
1	0.00	0.00	1	1	14	2	146	3	15	16	1	15			
2	0.00	1.00	2	2	15	3	147	4	16	17	2	17			
3	0.00	2.00	3	3	16	4	148	5	17	18	3	19			
4	0.00	3.00	4	4	17	5	149	6	18	19	4	21			
5	0.00	4.00	5	5	18	6	150	7	19	20	5	23			
6	0.00	5.00	6	6	19	7	151	8	20	21	6	25			
7	0.00	6.00	7	7	20	8	152	9	21	22	7	41			
8	0.00	7.00	8	8	21	9	153	10	22	23	8	43			
9	0.00	8.00	9	9	22	10	154	11	23	24	9	45			
10	0.00	9.00	10	10	23	11	155	12	24	25	10	47			
11	0.00	10.00	11	11	24	12	156	13	25	26	11	49			
12	0.00	11.00	12	12	25	13	157	15	27	28	12	51			
13	0.00	12.00	13	14	27	15	158	16	28	29	13	67			
157	24.00	0.00	14	15	28	16	159	17	29	30	14	69			
158	24.00	1.00	15	16	29	17	160	18	30	31	15	71			
159	24.00	2.00	16	17	30	18	161	19	31	32	16	73			
160	24.00	3.00	17	18	31	19	162	20	32	33	17	75			
161	24.00	4.00	18	19	32	20	163	21	33	34	18	77			
162	24.00	5.00	19	20	33	21	164	22	34	35	19	93			
163	24.00	6.00	20	21	34	22	165	23	35	36	20	95			
164	24.00	7.00	21	22	35	23	166	24	36	37	21	97			
165	24.00	8.00	22	23	36	24	167	25	37	38	22	99			
166	24.00	9.00	23	24	37	25	168	26	38	39	23	101			
167	24.00	10.00	24	25	38	26	277	145	157	158	24	103			
168	24.00	11.00	25	27	40	28	278	146	158	159	25	119			
169	24.00	12.00	26	28	41	29	279	147	159	160	26	121			
			27	29	42	30	280	148	160	161	27	123			
			28	30	43	31	281	149	161	162	28	125			
			29	31	44	32	282	150	162	163	29	127			
			30	32	45	33	283	151	163	164	30	129			
			31	33	46	34	284	152	164	165	31	145			
			32	34	47	35	285	153	165	166	32	147			
			33	35	48	36	286	154	166	167	33	149			
			34	36	49	37	287	155	167	168	34	151			
			35	37	50	38	288	156	168	169	35	153			
											36	155			

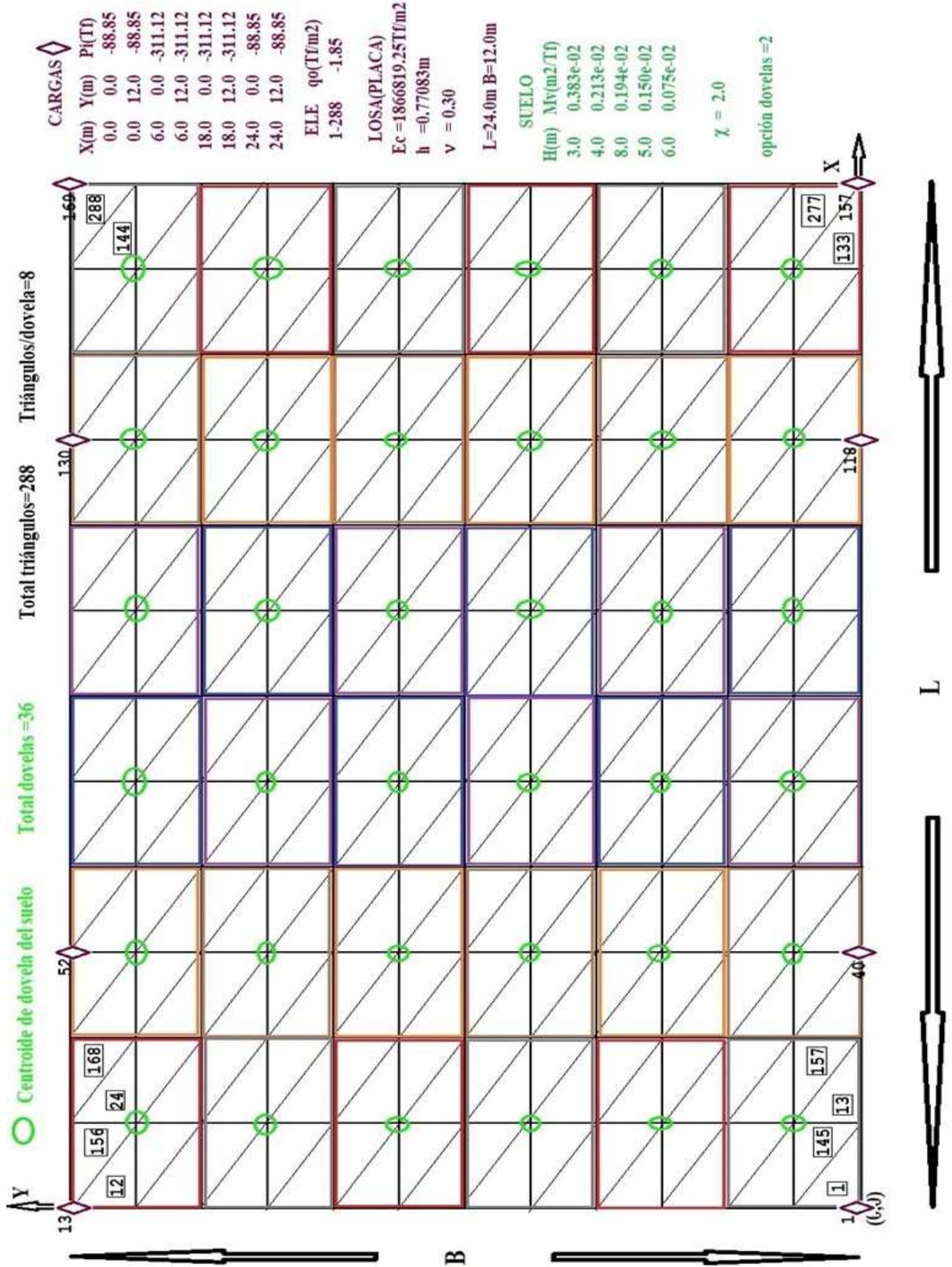


Fig. 4 Ejemplo 1 tomado de Zeevaert[1980] pp 46

DOV= 1 NUDO=15INTERVALOS= 4: ele 1 to ele 2, de 13 to de 14, ele 145 to ele 146, de 157 to ele 158,	DOV= 19 NUDO=93INTERVALOS= 4: ele 73 to ele 74, ele 85 to ele 86, de 217 to de 218, ele 229 to de 230,
DOV= 2 NUDO=17INTERVALOS= 4: ele 3 to ele 4, de 15 to de 16, ele 147 to ele 148, de 159 to ele 160,	DOV= 20 NUDO=95INTERVALOS= 4: ele 75 to ele 76, ele 87 to ele 88, de 219 to de 220, ele 231 to de 232,
DOV= 3 NUDO=19INTERVALOS= 4: ele 5 to ele 6, de 17 to de 18, ele 149 to ele 150, de 161 to ele 162,	DOV= 21 NUDO=97INTERVALOS= 4: ele 77 to ele 78, ele 89 to ele 90, de 221 to de 222, ele 233 to de 234,
DOV= 4 NUDO=21INTERVALOS= 4: ele 7 to ele 8, de 19 to de 20, ele 151 to ele 152, de 163 to ele 164,	DOV= 22 NUDO=99INTERVALOS= 4: ele 79 to ele 80, ele 91 to ele 92, de 223 to de 224, ele 235 to de 236,
DOV= 5 NUDO=23INTERVALOS= 4: ele 9 to ele 10, ele 21 to ele 22, ele 153 to de 154, ele 165 to ele 166,	DOV= 23 NUDO=101INTERVALOS= 4: ele 81 to ele 82, ele 93 to ele 94, de 225 to de 226, ele 237 to de 238,
DOV= 6 NUDO=25INTERVALOS= 4: ele 11 to ele 12, ele 23 to de 24, de 155 to ele 156, de 167 to ele 168,	DOV= 24 NUDO=103INTERVALOS= 4: ele 83 to ele 84, ele 95 to ele 96, de 227 to de 228, ele 239 to de 240,
DOV= 7 NUDO=41INTERVALOS= 4: ele 25 to ele 26, ele 37 to de 38, de 169 to ele 170, de 181 to ele 182,	DOV= 25 NUDO=119INTERVALOS= 4: ele 97 to ele 98, ele 109 to de 110, ele 241 to ele 242, ele 253 to de 254,
DOV= 8 NUDO=43INTERVALOS= 4: ele 27 to ele 28, ele 39 to de 40, de 171 to ele 172, de 183 to ele 184,	DOV= 26 NUDO=121INTERVALOS= 4: ele 99 to ele 100, de 111 to de 112, ele 243 to de 244, ele 255 to de 256,
DOV= 9 NUDO=45INTERVALOS= 4: ele 29 to ele 30, ele 41 to ele 42, de 173 to ele 174, de 185 to ele 186,	DOV= 27 NUDO=123INTERVALOS= 4: ele 101 to ele 102, de 113 to ele 114, de 245 to de 246, de 257 to de 258,
DOV= 10 NUDO=47INTERVALOS= 4: ele 31 to ele 32, ele 43 to de 44, de 175 to ele 176, de 187 to ele 188,	DOV= 28 NUDO=125INTERVALOS= 4: ele 103 to ele 104, de 115 to ele 116, de 247 to de 248, de 259 to de 260,
DOV= 11 NUDO=49INTERVALOS= 4: ele 33 to ele 34, ele 45 to de 46, de 177 to ele 178, de 189 to ele 190,	DOV= 29 NUDO=127INTERVALOS= 4: ele 105 to ele 106, de 117 to ele 118, de 249 to de 250, de 261 to de 262,
DOV= 12 NUDO=51INTERVALOS= 4: ele 35 to ele 36, ele 47 to de 48, de 179 to ele 180, de 191 to ele 192,	DOV= 30 NUDO=129INTERVALOS= 4: ele 107 to ele 108, de 119 to ele 120, de 251 to de 252, de 263 to de 264,
DOV= 13 NUDO=67INTERVALOS= 4: ele 49 to ele 50, ele 61 to de 62, de 193 to ele 194, de 205 to ele 206,	DOV= 31 NUDO=145INTERVALOS= 4: ele 121 to ele 122, de 133 to ele 134, de 265 to de 266, de 277 to de 278,
DOV= 14 NUDO=69INTERVALOS= 4: ele 51 to ele 52, ele 63 to de 64, de 195 to ele 196, de 207 to ele 208,	DOV= 32 NUDO=147INTERVALOS= 4: ele 123 to ele 124, de 135 to ele 136, de 267 to de 268, de 279 to de 280,
DOV= 15 NUDO=71INTERVALOS= 4: ele 53 to ele 54, ele 65 to de 66, de 197 to ele 198, de 209 to ele 210,	DOV= 33 NUDO=149INTERVALOS= 4: ele 125 to ele 126, de 137 to ele 138, de 269 to de 270, de 281 to de 282,
DOV= 16 NUDO=73INTERVALOS= 4: ele 55 to ele 56, ele 67 to de 68, de 199 to ele 200, de 211 to ele 212,	DOV= 34 NUDO=151INTERVALOS= 4: ele 127 to ele 128, de 139 to ele 140, de 271 to de 272, de 283 to de 284,
DOV= 17 NUDO=75INTERVALOS= 4: ele 57 to ele 58, ele 69 to de 70, de 201 to ele 202, de 213 to ele 214,	DOV= 35 NUDO=153INTERVALOS= 4: ele 129 to ele 130, de 141 to ele 142, de 273 to de 274, de 285 to de 286,
DOV= 18 NUDO=77INTERVALOS= 4: ele 59 to ele 60, ele 71 to de 72, de 203 to ele 204, de 215 to ele 216,	DOV= 36 NUDO=155INTERVALOS= 4: ele 131 to ele 132, de 143 to ele 144, de 275 to de 276, de 287 to de 288,

Fig. 5. DATOS DOVELAS EJEMPLO 1

Tabla 2. Matriz [EMA]<sub>36x36</sub> (simétrica)

EMA[1][1]=0.007317 EMA[2][1]=0.002932 EMA[3][1]=0.001132 EMA[4][1]=0.000606 EMA[5][1]=0.000349 EMA[6][1]=0.000209  
 EMA[7][1]=0.001333 EMA[8][1]=0.001066 EMA[9][1]=0.000697 EMA[10][1]=0.000440 EMA[11][1]=0.000276 EMA[12][1]=0.000174  
 EMA[13][1]=0.000370 EMA[14][1]=0.000345 EMA[15][1]=0.000284 EMA[16][1]=0.000215 EMA[17][1]=0.000155 EMA[18][1]=0.000110  
 EMA[19][1]=0.000135 EMA[20][1]=0.000130 EMA[21][1]=0.000116 EMA[22][1]=0.000097 EMA[23][1]=0.000078 EMA[24][1]=0.000061  
 EMA[25][1]=0.000057 EMA[26][1]=0.000056 EMA[27][1]=0.000052 EMA[28][1]=0.000046 EMA[29][1]=0.000039 EMA[30][1]=0.000033  
 EMA[31][1]=0.000027 EMA[32][1]=0.000027 EMA[33][1]=0.000025 EMA[34][1]=0.000023 EMA[35][1]=0.000021 EMA[36][1]=0.000018  
 EMA[2][2]=0.007317 EMA[3][2]=0.002932 EMA[4][2]=0.001132 EMA[5][2]=0.000606 EMA[6][2]=0.000349 EMA[7][2]=0.000209  
 EMA[8][2]=0.001333 EMA[9][2]=0.001066 EMA[10][2]=0.000697 EMA[11][2]=0.000440 EMA[12][2]=0.000276 EMA[13][2]=0.000174  
 EMA[14][2]=0.000370 EMA[15][2]=0.000345 EMA[16][2]=0.000284 EMA[17][2]=0.000215 EMA[18][2]=0.000155 EMA[19][2]=0.000110  
 EMA[20][2]=0.000135 EMA[21][2]=0.000130 EMA[22][2]=0.000116 EMA[23][2]=0.000097 EMA[24][2]=0.000078 EMA[25][2]=0.000061  
 EMA[26][2]=0.000057 EMA[27][2]=0.000056 EMA[28][2]=0.000052 EMA[29][2]=0.000046 EMA[30][2]=0.000039 EMA[31][2]=0.000033  
 EMA[32][2]=0.000027 EMA[33][2]=0.000027 EMA[34][2]=0.000025 EMA[35][2]=0.000023 EMA[36][2]=0.000021  
 EMA[3][3]=0.007317 EMA[4][3]=0.002932 EMA[5][3]=0.001132 EMA[6][3]=0.000606 EMA[7][3]=0.000349 EMA[8][3]=0.000209  
 EMA[9][3]=0.001333 EMA[10][3]=0.001066 EMA[11][3]=0.000697 EMA[12][3]=0.000440 EMA[13][3]=0.000284 EMA[14][3]=0.000345  
 EMA[15][3]=0.000370 EMA[16][3]=0.000345 EMA[17][3]=0.000284 EMA[18][3]=0.000215 EMA[19][3]=0.000116 EMA[20][3]=0.000130  
 EMA[21][3]=0.000135 EMA[22][3]=0.000130 EMA[23][3]=0.000116 EMA[24][3]=0.000097 EMA[25][3]=0.000052 EMA[26][3]=0.000056  
 EMA[27][3]=0.000057 EMA[28][3]=0.000056 EMA[29][3]=0.000052 EMA[30][3]=0.000046 EMA[31][3]=0.000025 EMA[32][3]=0.000027  
 EMA[33][3]=0.000027 EMA[34][3]=0.000027 EMA[35][3]=0.000025 EMA[36][3]=0.000023  
 EMA[4][4]=0.007317 EMA[5][4]=0.002932 EMA[6][4]=0.001132 EMA[7][4]=0.000440 EMA[8][4]=0.000697 EMA[9][4]=0.001066  
 EMA[10][4]=0.001333 EMA[11][4]=0.001066 EMA[12][4]=0.000697 EMA[13][4]=0.000215 EMA[14][4]=0.000284 EMA[15][4]=0.000345  
 EMA[16][4]=0.000370 EMA[17][4]=0.000345 EMA[18][4]=0.000284 EMA[19][4]=0.000097 EMA[20][4]=0.000116 EMA[21][4]=0.000130  
 EMA[22][4]=0.000135 EMA[23][4]=0.000130 EMA[24][4]=0.000116 EMA[25][4]=0.000046 EMA[26][4]=0.000052 EMA[27][4]=0.000056  
 EMA[28][4]=0.000057 EMA[29][4]=0.000056 EMA[30][4]=0.000052 EMA[31][4]=0.000023 EMA[32][4]=0.000025 EMA[33][4]=0.000027  
 EMA[34][4]=0.000027 EMA[35][4]=0.000027 EMA[36][4]=0.000025  
 EMA[5][5]=0.002932 EMA[6][5]=0.000276 EMA[7][5]=0.000440 EMA[8][5]=0.000697 EMA[9][5]=0.001066  
 EMA[10][5]=0.001333 EMA[11][5]=0.001066 EMA[12][5]=0.000697 EMA[13][5]=0.000155 EMA[14][5]=0.000284 EMA[15][5]=0.000345  
 EMA[16][5]=0.000370 EMA[17][5]=0.000345 EMA[18][5]=0.000284 EMA[19][5]=0.000078 EMA[20][5]=0.000116 EMA[21][5]=0.000130  
 EMA[22][5]=0.000135 EMA[23][5]=0.000130 EMA[24][5]=0.000039 EMA[25][5]=0.000046 EMA[26][5]=0.000052 EMA[27][5]=0.000056  
 EMA[28][5]=0.000057 EMA[29][5]=0.000056 EMA[30][5]=0.000052 EMA[31][5]=0.000023 EMA[32][5]=0.000025 EMA[33][5]=0.000027  
 EMA[34][5]=0.000027 EMA[35][5]=0.000027  
 EMA[6][6]=0.000276 EMA[7][6]=0.000174 EMA[8][6]=0.000276 EMA[9][6]=0.000440 EMA[10][6]=0.000697 EMA[11][6]=0.001066  
 EMA[12][6]=0.001333 EMA[13][6]=0.00110 EMA[14][6]=0.000155 EMA[15][6]=0.000215 EMA[16][6]=0.000284 EMA[17][6]=0.000345  
 EMA[18][6]=0.000370 EMA[19][6]=0.000061 EMA[20][6]=0.000078 EMA[21][6]=0.000097 EMA[22][6]=0.000116 EMA[23][6]=0.000130  
 EMA[24][6]=0.000135 EMA[25][6]=0.000033 EMA[26][6]=0.000039 EMA[27][6]=0.000046 EMA[28][6]=0.000052 EMA[29][6]=0.000056  
 EMA[30][6]=0.000057 EMA[31][6]=0.000018 EMA[32][6]=0.000021 EMA[33][6]=0.000023 EMA[34][6]=0.000025 EMA[35][6]=0.000027  
 EMA[36][6]=0.000027  
 EMA[7][7]=0.000174 EMA[8][7]=0.0002932 EMA[9][7]=0.001132 EMA[10][7]=0.000606 EMA[11][7]=0.000349 EMA[12][7]=0.000209  
 EMA[13][7]=0.000370 EMA[14][7]=0.000110 EMA[15][7]=0.000155 EMA[16][7]=0.000215 EMA[17][7]=0.000284 EMA[18][7]=0.000345  
 EMA[19][7]=0.000370 EMA[20][7]=0.000061 EMA[21][7]=0.000078 EMA[22][7]=0.000097 EMA[23][7]=0.000116 EMA[24][7]=0.000130  
 EMA[25][7]=0.000135 EMA[26][7]=0.000033 EMA[27][7]=0.000039 EMA[28][7]=0.000046 EMA[29][7]=0.000052 EMA[30][7]=0.000056  
 EMA[31][7]=0.000057 EMA[32][7]=0.000018 EMA[33][7]=0.000021 EMA[34][7]=0.000023 EMA[35][7]=0.000025 EMA[36][7]=0.000027

Tabla 2. Matriz [EMA]<sub>36x36</sub> (simétrica) (Cont)

EMA[13][7]=0.001333 EMA[14][7]=0.001066 EMA[15][7]=0.000697 EMA[16][7]=0.000440 EMA[17][7]=0.000276 EMA[18][7]=0.000174  
 EMA[19][7]=0.000370 EMA[20][7]=0.000345 EMA[21][7]=0.000284 EMA[22][7]=0.000215 EMA[23][7]=0.000155 EMA[24][7]=0.000110  
 EMA[25][7]=0.000135 EMA[26][7]=0.000130 EMA[27][7]=0.000097 EMA[28][7]=0.000078 EMA[29][7]=0.000061  
 EMA[31][7]=0.000057 EMA[32][7]=0.000052 EMA[33][7]=0.000046 EMA[34][7]=0.000039 EMA[35][7]=0.000033  
 EMA[8][8]=0.007317 EMA[9][8]=0.002932 EMA[10][8]=0.001132 EMA[11][8]=0.000606 EMA[12][8]=0.000349 EMA[13][8]=0.000276  
 EMA[14][8]=0.001333 EMA[15][8]=0.001066 EMA[16][8]=0.000697 EMA[17][8]=0.000440 EMA[18][8]=0.000276 EMA[19][8]=0.000174  
 EMA[20][8]=0.000370 EMA[21][8]=0.000345 EMA[22][8]=0.000284 EMA[23][8]=0.000215 EMA[24][8]=0.000155 EMA[25][8]=0.000110  
 EMA[26][8]=0.000135 EMA[27][8]=0.000130 EMA[28][8]=0.000097 EMA[29][8]=0.000078 EMA[30][8]=0.000061  
 EMA[31][8]=0.000057 EMA[32][8]=0.000052 EMA[33][8]=0.000046 EMA[34][8]=0.000039  
 EMA[9][9]=0.007317 EMA[10][9]=0.002932 EMA[11][9]=0.001132 EMA[12][9]=0.000606 EMA[13][9]=0.000349 EMA[14][9]=0.000276  
 EMA[15][9]=0.001333 EMA[16][9]=0.001066 EMA[17][9]=0.000697 EMA[18][9]=0.000440 EMA[19][9]=0.000284 EMA[20][9]=0.000345  
 EMA[21][9]=0.000370 EMA[22][9]=0.000345 EMA[23][9]=0.000284 EMA[24][9]=0.000215 EMA[25][9]=0.000116 EMA[26][9]=0.000130  
 EMA[27][9]=0.000135 EMA[28][9]=0.000130 EMA[29][9]=0.000116 EMA[30][9]=0.000097 EMA[31][9]=0.000052 EMA[32][9]=0.000056  
 EMA[33][9]=0.000057 EMA[34][9]=0.000056 EMA[35][9]=0.000052 EMA[36][9]=0.000046  
 EMA[10][10]=0.007317 EMA[11][10]=0.002932 EMA[12][10]=0.001132 EMA[13][10]=0.000440 EMA[14][10]=0.000697 EMA[15][10]=0.001066  
 EMA[16][10]=0.001333 EMA[17][10]=0.001066 EMA[18][10]=0.000697 EMA[19][10]=0.000215 EMA[20][10]=0.000284 EMA[21][10]=0.000345  
 EMA[22][10]=0.000370 EMA[23][10]=0.000345 EMA[24][10]=0.000284 EMA[25][10]=0.000097 EMA[26][10]=0.000116 EMA[27][10]=0.000130  
 EMA[28][10]=0.000135 EMA[29][10]=0.000130 EMA[30][10]=0.000116 EMA[31][10]=0.000046 EMA[32][10]=0.000052 EMA[33][10]=0.000056  
 EMA[34][10]=0.000057 EMA[35][10]=0.000056 EMA[36][10]=0.000052  
 EMA[11][11]=0.007317 EMA[12][11]=0.002932 EMA[13][11]=0.000276 EMA[14][11]=0.000440 EMA[15][11]=0.000697 EMA[16][11]=0.001066  
 EMA[17][11]=0.001333 EMA[18][11]=0.001066 EMA[19][11]=0.000155 EMA[20][11]=0.000215 EMA[21][11]=0.000284 EMA[22][11]=0.000345  
 EMA[23][11]=0.000370 EMA[24][11]=0.000345 EMA[25][11]=0.000078 EMA[26][11]=0.000097 EMA[27][11]=0.000116 EMA[28][11]=0.000130  
 EMA[29][11]=0.000135 EMA[30][11]=0.000130 EMA[31][11]=0.000039 EMA[32][11]=0.000046 EMA[33][11]=0.000052 EMA[34][11]=0.000056  
 EMA[35][11]=0.000057 EMA[36][11]=0.000056  
 EMA[12][12]=0.007317 EMA[13][12]=0.000174 EMA[14][12]=0.000276 EMA[15][12]=0.000440 EMA[16][12]=0.000697 EMA[17][12]=0.001066  
 EMA[18][12]=0.001333 EMA[19][12]=0.000110 EMA[20][12]=0.000155 EMA[21][12]=0.000215 EMA[22][12]=0.000284 EMA[23][12]=0.000345  
 EMA[24][12]=0.000370 EMA[25][12]=0.000061 EMA[26][12]=0.000078 EMA[27][12]=0.000097 EMA[28][12]=0.000116 EMA[29][12]=0.000130  
 EMA[30][12]=0.000135 EMA[31][12]=0.000033 EMA[32][12]=0.000039 EMA[33][12]=0.000046 EMA[34][12]=0.000052 EMA[35][12]=0.000056  
 EMA[36][12]=0.000057  
 EMA[13][13]=0.007317 EMA[14][13]=0.002932 EMA[15][13]=0.001132 EMA[16][13]=0.000606 EMA[17][13]=0.000349 EMA[18][13]=0.000209  
 EMA[19][13]=0.001333 EMA[20][13]=0.001066 EMA[21][13]=0.000697 EMA[22][13]=0.000440 EMA[23][13]=0.000276 EMA[24][13]=0.000174  
 EMA[25][13]=0.000370 EMA[26][13]=0.000345 EMA[27][13]=0.000284 EMA[28][13]=0.000215 EMA[29][13]=0.000155 EMA[30][13]=0.000110  
 EMA[31][13]=0.000135 EMA[32][13]=0.000130 EMA[33][13]=0.000116 EMA[34][13]=0.000097 EMA[35][13]=0.000078 EMA[36][13]=0.000061  
 EMA[14][14]=0.007317 EMA[15][14]=0.002932 EMA[16][14]=0.001132 EMA[17][14]=0.000606 EMA[18][14]=0.000349 EMA[19][14]=0.000276  
 EMA[20][14]=0.001333 EMA[21][14]=0.001066 EMA[22][14]=0.000697 EMA[23][14]=0.000440 EMA[24][14]=0.000276 EMA[25][14]=0.000345  
 EMA[26][14]=0.000370 EMA[27][14]=0.000345 EMA[28][14]=0.000284 EMA[29][14]=0.000215 EMA[30][14]=0.000155 EMA[31][14]=0.000130  
 EMA[32][14]=0.000135 EMA[33][14]=0.000130 EMA[34][14]=0.000116 EMA[35][14]=0.000097 EMA[36][14]=0.000078

Tabla 2. Matriz [EMA]<sub>36x36</sub> (simétrica) (Cont)

EMA[15][15]=0.007317 EMA[16][15]=0.002932 EMA[17][15]=0.001132 EMA[18][15]=0.000606 EMA[19][15]=0.000697 EMA[20][15]=0.001066  
 EMA[21][15]=0.001333 EMA[22][15]=0.001066 EMA[23][15]=0.000697 EMA[24][15]=0.000440 EMA[25][15]=0.000284 EMA[26][15]=0.000345  
 EMA[27][15]=0.000370 EMA[28][15]=0.000345 EMA[29][15]=0.000284 EMA[30][15]=0.000215 EMA[31][15]=0.000116 EMA[32][15]=0.000130  
 EMA[33][15]=0.000135 EMA[34][15]=0.000130 EMA[35][15]=0.000116 EMA[36][15]=0.000097  
 EMA[16][16]=0.007317 EMA[17][16]=0.002932 EMA[18][16]=0.001132 EMA[19][16]=0.000440 EMA[20][16]=0.000697 EMA[21][16]=0.001066  
 EMA[22][16]=0.001333 EMA[23][16]=0.001066 EMA[24][16]=0.000697 EMA[25][16]=0.000215 EMA[26][16]=0.000284 EMA[27][16]=0.000345  
 EMA[28][16]=0.000370 EMA[29][16]=0.000345 EMA[30][16]=0.000284 EMA[31][16]=0.000097 EMA[32][16]=0.000116 EMA[33][16]=0.000130  
 EMA[34][16]=0.000135 EMA[35][16]=0.000130 EMA[36][16]=0.000116  
 EMA[17][17]=0.007317 EMA[18][17]=0.002932 EMA[19][17]=0.000276 EMA[20][17]=0.000440 EMA[21][17]=0.000697 EMA[22][17]=0.001066  
 EMA[23][17]=0.001333 EMA[24][17]=0.001066 EMA[25][17]=0.000155 EMA[26][17]=0.000215 EMA[27][17]=0.000284 EMA[28][17]=0.000345  
 EMA[29][17]=0.000370 EMA[30][17]=0.000345 EMA[31][17]=0.000078 EMA[32][17]=0.000097 EMA[33][17]=0.000116 EMA[34][17]=0.000130  
 EMA[35][17]=0.000135 EMA[36][17]=0.000130  
 EMA[18][18]=0.007317 EMA[19][18]=0.000174 EMA[20][18]=0.000276 EMA[21][18]=0.000440 EMA[22][18]=0.000697 EMA[23][18]=0.001066  
 EMA[24][18]=0.001333 EMA[25][18]=0.000110 EMA[26][18]=0.000155 EMA[27][18]=0.000215 EMA[28][18]=0.000284 EMA[29][18]=0.000345  
 EMA[30][18]=0.000370 EMA[31][18]=0.000061 EMA[32][18]=0.000078 EMA[33][18]=0.000097 EMA[34][18]=0.000116 EMA[35][18]=0.000130  
 EMA[36][18]=0.000135  
 EMA[19][19]=0.002932 EMA[20][19]=0.001132 EMA[21][19]=0.000606 EMA[22][19]=0.000349 EMA[23][19]=0.000209  
 EMA[24][19]=0.001333 EMA[25][19]=0.001066 EMA[26][19]=0.000697 EMA[27][19]=0.000440 EMA[28][19]=0.000276 EMA[29][19]=0.000174  
 EMA[30][19]=0.000370 EMA[31][19]=0.000345 EMA[32][19]=0.000284 EMA[33][19]=0.000215 EMA[34][19]=0.000155 EMA[35][19]=0.000110  
 EMA[36][19]=0.000130  
 EMA[20][20]=0.002932 EMA[21][20]=0.001132 EMA[22][20]=0.000606 EMA[23][20]=0.000349 EMA[24][20]=0.000276 EMA[25][20]=0.000174  
 EMA[26][20]=0.001333 EMA[27][20]=0.001066 EMA[28][20]=0.000697 EMA[29][20]=0.000440 EMA[30][20]=0.000276 EMA[31][20]=0.000174  
 EMA[32][20]=0.000370 EMA[33][20]=0.000345 EMA[34][20]=0.000284 EMA[35][20]=0.000215 EMA[36][20]=0.000155  
 EMA[21][21]=0.002932 EMA[22][21]=0.001132 EMA[23][21]=0.000606 EMA[24][21]=0.000440 EMA[25][21]=0.000697 EMA[26][21]=0.001066  
 EMA[27][21]=0.001333 EMA[28][21]=0.001066 EMA[29][21]=0.000697 EMA[30][21]=0.000440 EMA[31][21]=0.000284 EMA[32][21]=0.000345  
 EMA[33][21]=0.000370 EMA[34][21]=0.000345 EMA[35][21]=0.000284 EMA[36][21]=0.000215  
 EMA[22][22]=0.002932 EMA[23][22]=0.001132 EMA[24][22]=0.000697 EMA[25][22]=0.000440 EMA[26][22]=0.000697 EMA[27][22]=0.001066  
 EMA[28][22]=0.001333 EMA[29][22]=0.001066 EMA[30][22]=0.000697 EMA[31][22]=0.000215 EMA[32][22]=0.000284 EMA[33][22]=0.000345  
 EMA[34][22]=0.000370 EMA[35][22]=0.000345 EMA[36][22]=0.000284  
 EMA[23][23]=0.002932 EMA[24][23]=0.000276 EMA[25][23]=0.000276 EMA[26][23]=0.000440 EMA[27][23]=0.000697 EMA[28][23]=0.001066  
 EMA[29][23]=0.001333 EMA[30][23]=0.001066 EMA[31][23]=0.000155 EMA[32][23]=0.000215 EMA[33][23]=0.000284 EMA[34][23]=0.000345  
 EMA[35][23]=0.000370 EMA[36][23]=0.000345  
 EMA[24][24]=0.000174 EMA[25][24]=0.000174 EMA[26][24]=0.000276 EMA[27][24]=0.000440 EMA[28][24]=0.000697 EMA[29][24]=0.001066  
 EMA[30][24]=0.001333 EMA[31][24]=0.000110 EMA[32][24]=0.000155 EMA[33][24]=0.000215 EMA[34][24]=0.000284 EMA[35][24]=0.000345  
 EMA[36][24]=0.000370  
 EMA[25][25]=0.002932 EMA[26][25]=0.001132 EMA[27][25]=0.000606 EMA[28][25]=0.000349 EMA[29][25]=0.000209  
 EMA[30][25]=0.001333 EMA[31][25]=0.001066 EMA[32][25]=0.000697 EMA[33][25]=0.000440 EMA[34][25]=0.000276 EMA[35][25]=0.000174  
 EMA[36][25]=0.000130  
 EMA[26][26]=0.002932 EMA[27][26]=0.001132 EMA[28][26]=0.000606 EMA[29][26]=0.000349 EMA[30][26]=0.000209  
 EMA[31][26]=0.001333 EMA[32][26]=0.001066 EMA[33][26]=0.000697 EMA[34][26]=0.000440 EMA[35][26]=0.000276 EMA[36][26]=0.000174

Tabla 2. Matriz [EMA]<sub>36x36</sub> (simétrica) (Cont)

EMA[32][26]=0.001333 EMA[33][26]=0.001066 EMA[34][26]=0.000697 EMA[35][26]=0.000440 EMA[36][26]=0.000276  
 EMA[27][27]=0.007317 EMA[28][27]=0.002932 EMA[29][27]=0.001132 EMA[30][27]=0.000606 EMA[31][27]=0.000697 EMA[32][27]=0.001066  
 EMA[33][27]=0.001333 EMA[34][27]=0.001066 EMA[35][27]=0.000697 EMA[36][27]=0.000440  
 EMA[28][28]=0.007317 EMA[29][28]=0.002932 EMA[30][28]=0.001132 EMA[31][28]=0.000440 EMA[32][28]=0.000697 EMA[33][28]=0.001066  
 EMA[34][28]=0.001333 EMA[35][28]=0.001066 EMA[36][28]=0.000697  
 EMA[29][29]=0.007317 EMA[30][29]=0.002932 EMA[31][29]=0.000276 EMA[32][29]=0.000440 EMA[33][29]=0.000697 EMA[34][29]=0.001066  
 EMA[35][29]=0.001333 EMA[36][29]=0.001066  
 EMA[30][30]=0.007317 EMA[31][30]=0.000174 EMA[32][30]=0.000276 EMA[33][30]=0.000440 EMA[34][30]=0.000697 EMA[35][30]=0.001066  
 EMA[36][30]=0.001333  
 EMA[31][31]=0.007317 EMA[32][31]=0.002932 EMA[33][31]=0.001132 EMA[34][31]=0.000606 EMA[35][31]=0.000349 EMA[36][31]=0.000209  
 EMA[32][32]=0.007317 EMA[33][32]=0.002932 EMA[34][32]=0.001132 EMA[35][32]=0.000606 EMA[36][32]=0.000349  
 EMA[33][33]=0.007317 EMA[34][33]=0.002932 EMA[35][33]=0.001132 EMA[36][33]=0.000606  
 EMA[34][34]=0.007317 EMA[35][34]=0.002932 EMA[36][34]=0.001132  
 EMA[35][35]=0.007317 EMA[36][35]=0.002932  
 EMA[36][36]=0.007317



**Tabla 3. Resultados Desplazamientos y Presiones (Cont)**

NUDO	Análisis FEM 2-D				Análisis 2-D Zeevaert [1980]		NUDO	Análisis FEM 2-D				Análisis 2-D Zeevaert [1980]	
	θy (rad)	θx (rad)	δz (m)	qz (Tf/m2)	δz (m)	qz (Tf/m2)		θy (rad)	θx (rad)	δz (m)	qz (Tf/m2)	δz (m)	qz (Tf/m2)
119	0.0000993	0.0001590	-0.1529	9.74	-0.1420	9.62	156	-0.0001164	-0.0003041	-0.1529			
120	0.0000468	0.0001159	-0.1527				157	0.0014960	-0.0004690	-0.1545			
121	0.0000166	0.0000930	-0.1525	5.00	-0.2020	5.07	158	0.0009091	-0.0004306	-0.1537			
122	-0.0000002	0.0000562	-0.1525				159	0.0004972	-0.0002702	-0.1532			
123	-0.0000059	0.0000357	-0.1524	5.23	-0.1850	5.23	160	0.0002707	-0.0001551	-0.1528			
124	-0.0000080	0.0000022	-0.1524				161	0.0001499	-0.0000757	-0.1526			
125	-0.0000029	-0.0000175	-0.1524	5.23	-0.1850	5.23	162	0.0000985	-0.0000379	-0.1525			
126	0.0000062	-0.0000533	-0.1525				163	0.0000726	-0.0000029	-0.1525			
127	0.0000269	-0.0000834	-0.1526	4.99	-0.2020	5.07	164	0.0000775	0.0000217	-0.1525			
128	0.0000663	-0.0001541	-0.1528				165	0.0001062	0.0000739	-0.1526			
129	0.0001649	-0.0002794	-0.1531	9.75	-0.1420	9.62	166	0.0002019	0.0001543	-0.1527			
130	0.0003894	-0.0004887	-0.1536				167	0.0003987	0.0003073	-0.1531			
131	-0.0002529	0.0000292	-0.1528				168	0.0007516	0.0004864	-0.1537			
132	-0.0000829	0.0000631	-0.1527				169	0.0011315	0.0004555	-0.1546			
133	-0.0000363	0.0000807	-0.1526						Promedio	-0.1529		-0.1763	
134	-0.0000104	0.0000830	-0.1525										
135	-0.0000031	0.0000482	-0.1525										
136	0.0000064	0.0000400	-0.1524										
137	0.0000026	0.0000028	-0.1524										
138	0.0000031	-0.0000074	-0.1525										
139	-0.0000104	-0.0000478	-0.1525										
140	-0.0000238	-0.0000690	-0.1526										
141	-0.0000559	-0.0001449	-0.1527										
142	-0.0000712	-0.0002585	-0.1529										
143	0.0000259	-0.0003690	-0.1531										
144	0.0001981	0.0000121	-0.1527										
145	0.0001305	0.0001389	-0.1527	12.23	-0.1420	13.29							
146	0.0000817	0.0000970	-0.1526										
147	0.0000442	0.0000737	-0.1525	7.20	-0.2020	7.01							
148	0.0000177	0.0000408	-0.1525										
149	-0.0000012	0.0000280	-0.1524	7.52	-0.1850	7.22							
150	-0.0000121	0.0000015	-0.1524										
151	-0.0000198	-0.0000084	-0.1524	7.52	-0.1850	7.22							
152	-0.0000230	-0.0000356	-0.1524										
153	-0.0000252	-0.0000556	-0.1525	7.19	-0.2020	7.01							
154	-0.0000273	-0.0001140	-0.1526										
155	-0.0000550	-0.0001861	-0.1527	12.24	-0.1420	13.29							

#### 4. Análisis de Resultados con CSI-ETABS

Se hace un análisis comparativo con el software CSI-ETABS, **usando elementos finitos rectangulares de tipo “thick”**, adicionando únicamente los valores de los resortes del suelo en la dirección Z (No se utiliza el Coeficiente de Balasto Tf/m<sup>3</sup>) en cada nudo de la placa discretizada cada 1.0m en ambas direcciones, para obtener: a) Asentamientos, b) Solicitaciones ( $M_{s11}$ ,  $M_{s22}$ ,  $V_{smáx}$ ) y c) Refuerzo Longitudinal, tomando como Factor de Carga  $FC=1.2$  para el diseño del secciones doble refuerzo, es decir  $M_{u11} = FC * M_{s11}$ ,  $M_{u22} = FC * M_{s22}$ ,  $V_{umáx} = FC * V_{smáx}$ . Los datos de salida del análisis 2-D se muestran en la Tabla 3. El cálculo de resortes [Kss](placa +suelo) se muestran en la Tabla 4. Los resultados del Dr. Zeevaert[18] son: El asentamiento promedio es de 0.1763 m, el Momento flector negativo en Dir-1 de 36.53Tf-m/m, el Momento flector positivo en Dir-1 de 44.69Tf-m/m en el centro de la placa.

Los resultados con elementos finitos triangulares (análisis 2-D de esta investigación) son: el asentamiento promedio es de 0.1529m, el Momento flector Positivo en Dir-1 de 46.22Tf-m/m, en Dir-2 de 42.89Tf-m/m, el Momento flector negativo en Dir-1 y Dir-2 de 30.11T-m/m .

Los resultados con CSI-ETABS 2-D son: el asentamiento promedio es de 0.16244m según la Fig. 6, los momentos flectores positivos en Dir-1 de 42.74Tf-m en centro de la placa, en Dir-2 de 67.15 Tf-m/m en centro de la placa, en Dir-2 de 96.44Tf-m/m en los extremos centrales de la placa, los momentos flectores negativos en Dir-1 de 174.84Tf-m/m debajo de carga Pi(-311.12Tf), en Dir-2 de 40.13T-m/m debajo de carga Pi(-311.12Tf).

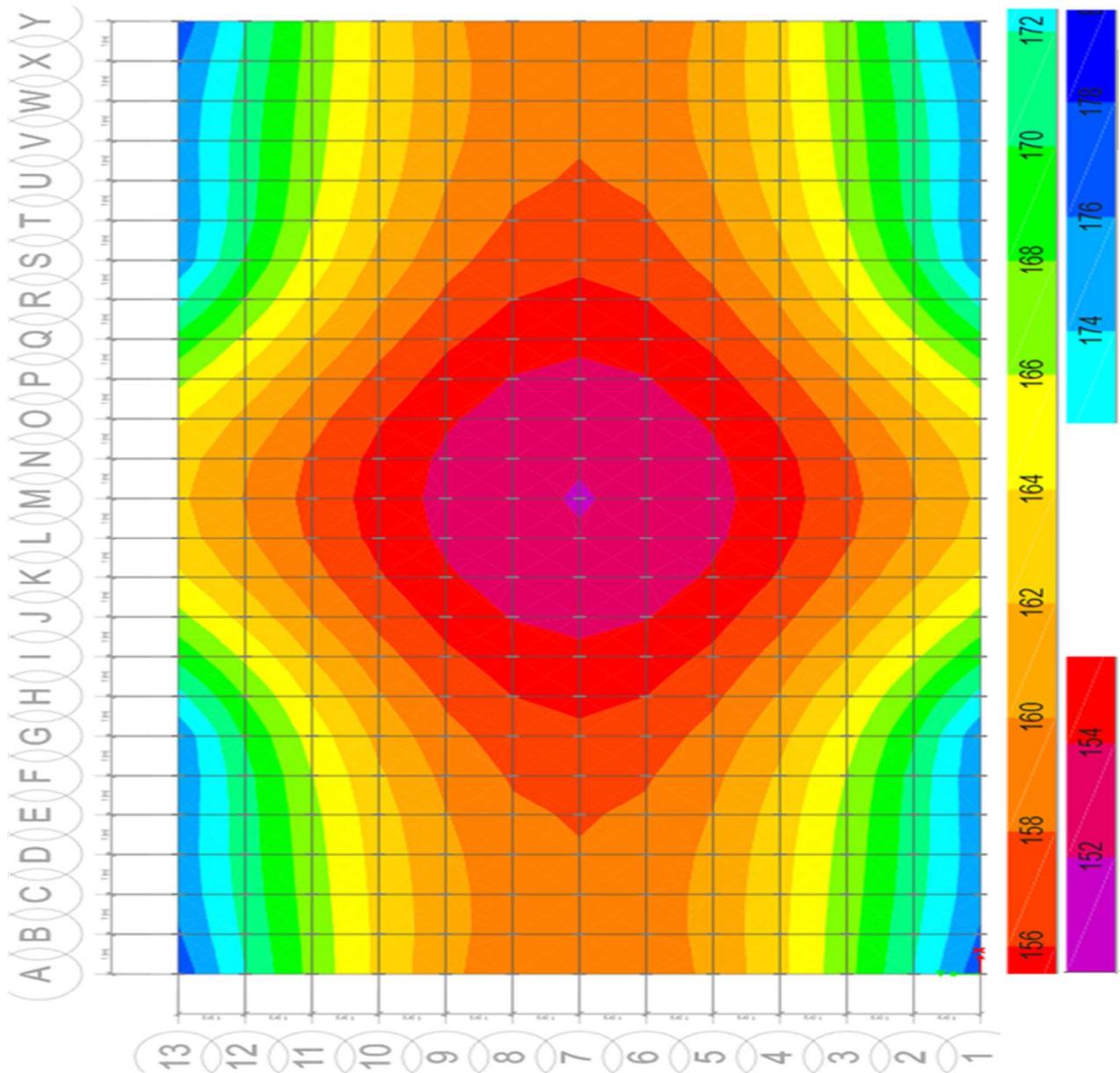


Fig. 6 ASENTAMIENTOS DE LA PLACA (x10<sup>-3</sup>m )

**Tabla 4. Cálculo de Resortes [Kss] (Placa +Suelo) debajo de Cargas Concentradas Pi para el Ejemplo 1, Molano [15]**

Nudo	X(m)	Y(m)		Nudo	X(m)	Y(m)	
1	0.00	0.00		169	24.00	12.00	
$\delta z$	$\theta x$	$\theta y$		$\delta z$	$\theta x$	$\theta y$	
10,888.26	8,848.86	-6,637.85	$\delta z$	12,109.53	4,800.66	8,423.36	$\delta z$
	62,666.28	423.60	$\theta x$		68,296.54	6,909.91	$\theta x$
SIM		80,320.70	$\theta y$	SIM		55,911.03	$\theta y$
Nudo	X(m)	Y(m)		Nudo	X(m)	Y(m)	
13	0.00	12.00		157	24.00	0.00	
$\delta z$	$\theta x$	$\theta y$		$\delta z$	$\theta x$	$\theta y$	
11,897.75	-9,101.86	2,744.90	$\delta z$	12,155.21	-4,152.97	11,085.57	$\delta z$
	92,196.42	33,968.65	$\theta x$		112,519.80	16,819.61	$\theta x$
SIM		187,752.70	$\theta y$	SIM		65,538.90	$\theta y$
Nudo	X(m)	Y(m)		Nudo	X(m)	Y(m)	
40	6.00	0.00		130	18.00	12.00	
$\delta z$	$\theta x$	$\theta y$		$\delta z$	$\theta x$	$\theta y$	
13,052.99	1,160.85	187.56	$\delta z$	13,291.66	-3,017.82	3,688.97	$\delta z$
	317,313.78	-76,520.89	$\theta x$		301,015.75	85,227.76	$\theta x$
SIM		264,710.66	$\theta y$	SIM		273,965.81	$\theta y$
Nudo	X(m)	Y(m)		Nudo	X(m)	Y(m)	
52	6.00	12.00		118	18.00	0.00	
$\delta z$	$\theta x$	$\theta y$		$\delta z$	$\theta x$	$\theta y$	
13,058.93	-4,806.38	2,501.96	$\delta z$	13,198.27	608.46	1,763.94	$\delta z$
	283,870.66	76,485.51	$\theta x$		320,909.38	-81,030.84	$\theta x$
SIM		270,220.75	$\theta y$	SIM		271,661.38	$\theta y$

**Es claro que los resultados de Fuerzas Cortantes y Momentos Flectores obtenidos con CSI-ETABS son más precisos que el método usado en esta investigación, puesto que es un excelente software comercial,** y se usarán para el cálculo del refuerzo longitudinal ( $\text{in}^2/\text{m}$ ) de secciones doble refuerzo, mostrados en las Figs. 7 y 8, en ambas direcciones con ayuda de la Tabla 5 Molano[13] con los siguientes datos de soporte:

**$bw=1.0\text{m}$ ,  $h=0.770830\text{m}$ ,  $d'=0.075\text{m}$ ,  $dt=h-d'=0.695830\text{m}$ ,  $d'/dt=0.107785$ ,  $h/dt=1.107785$ ,  $\rho'/\rho=0.625$ ,  $F'c=3.5\text{Ksi}=2460.78\text{Tf}/\text{m}^2$ ,  $E_c=3372.17\text{Ksi}$ ,  $ecu=0.004$ ,  $\beta_1=0.85$ ,  $F_y=60\text{Ksi}$ ,  $E_s=29000\text{Ksi}$ ,  $\mu\phi=\phi_u/\phi_y$ ,  $R_n(\text{adimensional})=Mu(\text{Tf}\cdot\text{m}/\text{m})/[0.9F'c\cdot bw\cdot dt^2]$ ,  $bo=5.7832\text{m}$  (perím. para revisión cortante 2-D),  $\phi_{vc-2D}=115.76\text{Tf}/\text{m}^2$ . Se suponen columnas medianeras de  $0.60\text{m}\times 0.60\text{m}$  que entregan la carga de la super-estructura a la placa de cimentación. Con  $\rho = 0.333\%$  (mínima),  $\rho'=0.625\cdot\rho=0.208\% \geq 0.18\%$  del acero de retracción y temperatura que exige el ACI 318-19 en el numeral 24.4.3.2.**

La Tabla 5 muestra un refuerzo total con un tenor de  $66 \text{ Kg}/\text{m}^2$  ó  $(66\text{Kg}/\text{m}^2)/(0.77083\text{m})=85.62\text{Tf}/\text{m}^3$  que está dentro del rango  $50\text{-}110\text{Tf}/\text{m}^3$  según el “anexo 7 de cuantías de refuerzo para elementos estructurales” pág 959 Alvístegui[1].

TABLA 5. SOPORTE CÁLCULO REFUERZO LONGITUDINAL Y FUERZAS CORTANTES

(Si no se muestra el acero, se tiene As\_min: As=#7c/0.20m (contacto con aire), A's=#5c/0.20m(contacto con tierra) en cualquier sentido de la placa)

Joint	As11 si Ms11 < 0.0 (positivo) As(in <sup>2</sup> /m) va en la parte superior de la placa					As22 si Ms22 < 0.0 (positivo) As(in <sup>2</sup> /m) va en la parte superior de la placa					V <sub>u</sub> Max tonf/m	φ <sub>v</sub> _2D Tf/m								
	Tf m/m	Rn_u11	ρ	As= (in <sup>2</sup> /m)	barras	μ <sub>q</sub>	M <sub>s22</sub> Tf-m/m	Rn_u22	ρ	As= (in <sup>2</sup> /m)			barras	A's22(in <sup>2</sup> /m)	μ <sub>q</sub>					
405	101.43	0.113516	0.007178	7.74	2#7c/0.20m	0.004487	4.84	#8c/0.20m	10.58	-69.23	-0.064570	0.004064	4.38	#8c/0.20m	0.002540	2.74	#6c/0.20m	14.68	180.71	669.46
415	101.43	0.113516	0.007178	7.74	2#7c/0.20m	0.004487	4.84	#8c/0.20m	10.58	-69.23	-0.064570	0.004064	4.38	#8c/0.20m	0.002540	2.74	#6c/0.20m	14.68	180.71	669.46
561	101.43	0.113516	0.007178	7.74	2#7c/0.20m	0.004487	4.84	#8c/0.20m	10.58	-69.23	-0.064570	0.004064	4.38	#8c/0.20m	0.002540	2.74	#6c/0.20m	14.68	180.71	669.46
571	101.43	0.113516	0.007178	7.74	2#7c/0.20m	0.004487	4.84	#8c/0.20m	10.58	-69.23	-0.064570	0.004064	4.38	#8c/0.20m	0.002540	2.74	#6c/0.20m	14.68	180.71	669.46
405	103.01	0.115281	0.007291	7.86	2#7c/0.20m	0.004557	4.91	#8c/0.20m	10.48	-68.69	-0.064062	0.004032	4.35	#8c/0.20m	0.002520	2.72	#6c/0.20m	14.74	190.24	669.46
415	103.01	0.115281	0.007291	7.86	2#7c/0.20m	0.004557	4.91	#8c/0.20m	10.48	-68.69	-0.064062	0.004032	4.35	#8c/0.20m	0.002520	2.72	#6c/0.20m	14.74	190.24	669.46
561	103.01	0.115281	0.007291	7.86	2#7c/0.20m	0.004557	4.91	#8c/0.20m	10.48	-68.69	-0.064062	0.004032	4.35	#8c/0.20m	0.002520	2.72	#6c/0.20m	14.74	190.24	669.46
571	103.01	0.115281	0.007291	7.86	2#7c/0.20m	0.004557	4.91	#8c/0.20m	10.48	-68.69	-0.064062	0.004032	4.35	#8c/0.20m	0.002520	2.72	#6c/0.20m	14.74	190.24	669.46
484	-59.11	-0.055126	0.003466	3.74	#7/0.20	0.002166	2.34	#6c/0.20m	16.06	-40.12	-0.037416	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	3.81	
492	-59.11	-0.055126	0.003466	3.74	#7/0.20	0.002166	2.34	#6c/0.20m	16.06	-40.12	-0.037416	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	3.81	
484	-59.11	-0.055126	0.003466	3.74	#7/0.20	0.002166	2.34	#6c/0.20m	16.06	-40.12	-0.037416	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	3.81	
492	-59.11	-0.055126	0.003466	3.74	#7/0.20	0.002166	2.34	#6c/0.20m	16.06	-40.12	-0.037416	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	3.81	
470	-64.34	-0.060006	0.003775	4.07	#8/0.20	0.002359	2.54	#6c/0.20m	15.30	-26.04	-0.024289	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	3.90	
480	-64.34	-0.060006	0.003775	4.07	#8/0.20	0.002359	2.54	#6c/0.20m	15.30	-26.04	-0.024289	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	3.90	
496	-64.34	-0.060006	0.003775	4.07	#8/0.20	0.002359	2.54	#6c/0.20m	15.30	-26.04	-0.024289	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	3.90	
506	-64.34	-0.060006	0.003775	4.07	#8/0.20	0.002359	2.54	#6c/0.20m	15.30	-26.04	-0.024289	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	3.90	
483	-67.63	-0.063077	0.003969	4.28	#8/0.20	0.002481	2.68	#6c/0.20m	14.87	-25.96	-0.024212	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	3.90	
493	-67.63	-0.063077	0.003969	4.28	#8/0.20	0.002481	2.68	#6c/0.20m	14.87	-25.96	-0.024212	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	3.90	
483	-67.63	-0.063077	0.003969	4.28	#8/0.20	0.002481	2.68	#6c/0.20m	14.87	-25.96	-0.024212	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	3.90	
493	-67.63	-0.063077	0.003969	4.28	#8/0.20	0.002481	2.68	#6c/0.20m	14.87	-25.96	-0.024212	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	3.90	
470	-65.26	-0.060862	0.003829	4.13	#8/0.20	0.002393	2.58	#6c/0.20m	15.18	-25.61	-0.023886	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	12.01	
480	-65.26	-0.060862	0.003829	4.13	#8/0.20	0.002393	2.58	#6c/0.20m	15.18	-25.61	-0.023886	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	12.01	
496	-65.26	-0.060862	0.003829	4.13	#8/0.20	0.002393	2.58	#6c/0.20m	15.18	-25.61	-0.023886	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	12.01	
506	-65.26	-0.060862	0.003829	4.13	#8/0.20	0.002393	2.58	#6c/0.20m	15.18	-25.61	-0.023886	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	12.01	
405	67.63	0.063075	0.003969	4.28	#8/0.20	0.002481	2.68	#6c/0.20m	14.87	-23.63	-0.022042	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	68.16	
415	67.63	0.063075	0.003969	4.28	#8/0.20	0.002481	2.68	#6c/0.20m	14.87	-23.63	-0.022042	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	68.16	
561	67.63	0.063075	0.003969	4.28	#8/0.20	0.002481	2.68	#6c/0.20m	14.87	-23.63	-0.022042	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	68.16	
571	67.63	0.063075	0.003969	4.28	#8/0.20	0.002481	2.68	#6c/0.20m	14.87	-23.63	-0.022042	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	68.16	
405	66.36	0.061886	0.003894	4.20	#8/0.20	0.002434	2.62	#6c/0.20m	15.04	-23.55	-0.021965	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	64.65	
415	66.36	0.061886	0.003894	4.20	#8/0.20	0.002434	2.62	#6c/0.20m	15.04	-23.55	-0.021965	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	64.65	
561	66.36	0.061886	0.003894	4.20	#8/0.20	0.002434	2.62	#6c/0.20m	15.04	-23.55	-0.021965	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	64.65	
571	66.36	0.061886	0.003894	4.20	#8/0.20	0.002434	2.62	#6c/0.20m	15.04	-23.55	-0.021965	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	64.65	
469	-75.47	-0.070390	0.004433	4.78	#8/0.20	0.002770	2.99	#6c/0.20m	13.97	-10.43	-0.009728	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	13.99	
481	-75.47	-0.070390	0.004433	4.78	#8/0.20	0.002770	2.99	#6c/0.20m	13.97	-10.43	-0.009728	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	13.99	
495	-75.47	-0.070390	0.004433	4.78	#8/0.20	0.002770	2.99	#6c/0.20m	13.97	-10.43	-0.009728	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	13.99	
507	-75.47	-0.070390	0.004433	4.78	#8/0.20	0.002770	2.99	#6c/0.20m	13.97	-10.43	-0.009728	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	13.99	
469	-73.69	-0.068729	0.004327	4.67	#8/0.20	0.002705	2.92	#6c/0.20m	14.16	-10.40	-0.009696	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	5.36	
481	-73.69	-0.068729	0.004327	4.67	#8/0.20	0.002705	2.92	#6c/0.20m	14.16	-10.40	-0.009696	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	5.36	
495	-73.69	-0.068729	0.004327	4.67	#8/0.20	0.002705	2.92	#6c/0.20m	14.16	-10.40	-0.009696	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	5.36	
507	-73.69	-0.068729	0.004327	4.67	#8/0.20	0.002705	2.92	#6c/0.20m	14.16	-10.40	-0.009696	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	5.36	
482	-77.41	-0.072199	0.004547	4.90	#8/0.20	0.002842	3.07	#6c/0.20m	13.76	-10.16	-0.009472	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	5.36	
494	-77.41	-0.072199	0.004547	4.90	#8/0.20	0.002842	3.07	#6c/0.20m	13.76	-10.16	-0.009472	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	5.36	
482	-77.41	-0.072199	0.004547	4.90	#8/0.20	0.002842	3.07	#6c/0.20m	13.76	-10.16	-0.009472	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	5.36	
494	-77.41	-0.072199	0.004547	4.90	#8/0.20	0.002842	3.07	#6c/0.20m	13.76	-10.16	-0.009472	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	5.36	
456	-63.85	-0.059546	0.003746	4.04	#8/0.20	0.002341	2.52	#6c/0.20m	15.37	-10.02	-0.009344	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	13.99	

TABLA 5. SOPORTE CÁLCULO REFUERZO LONGITUDINAL Y FUERZAS CORTANTES(Cont)

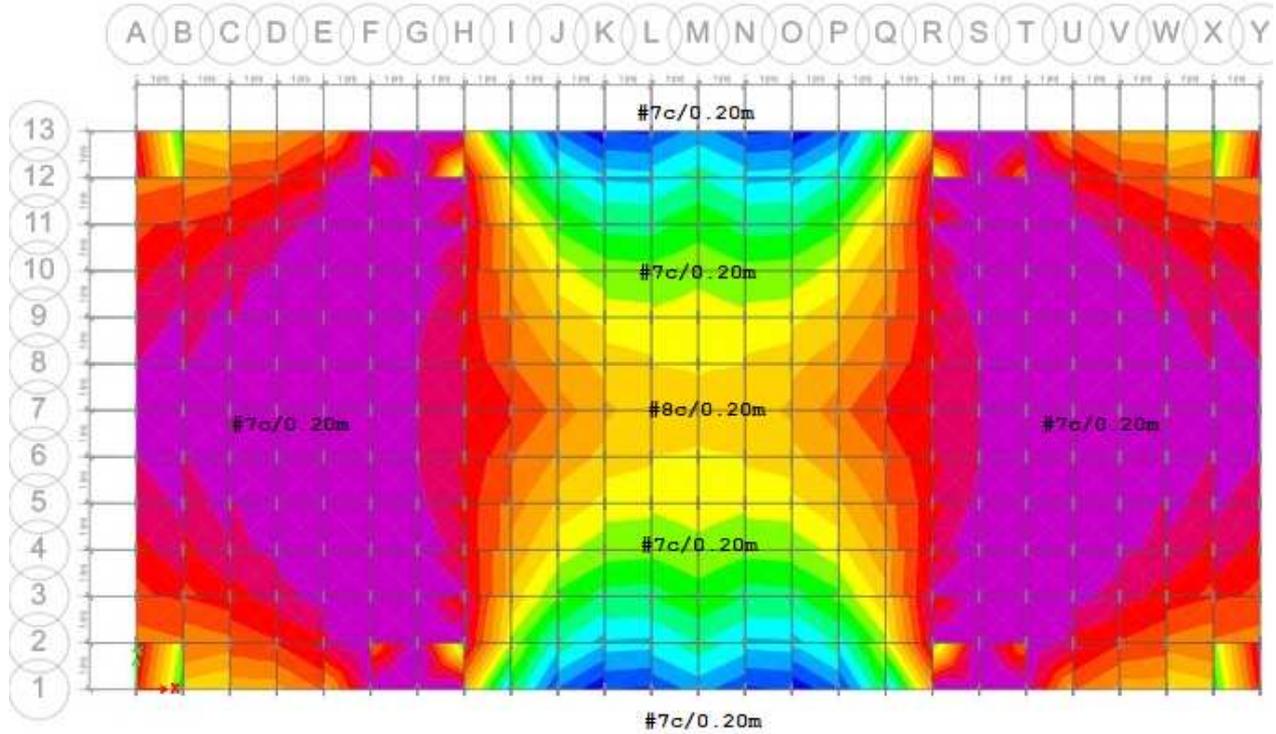
Si no se muestra el acero, se tiene As<sub>min</sub>: As=#7c/0.20m (contacto con aire), As=#5c/0.20m(contacto con tierra) en cualquier sentido de la placa

Joint	As <sub>11</sub> si Ms <sub>11</sub> < 0.0 (positivo) As <sub>11</sub> (m <sup>2</sup> /m) va en la parte superior de la placa				As <sub>22</sub> si Ms <sub>22</sub> < 0.0 (positivo) As <sub>22</sub> (m <sup>2</sup> /m) va en la parte superior de la placa				V <sub>U</sub> Max tonf/m	ϕ <sub>c</sub> 2D Tf/m									
	Tf- m/m	Rn <sub>11</sub>	ρ	As <sub>11</sub> (in <sup>2</sup> /m)	ρ'	As <sub>11</sub> (in <sup>2</sup> /m)	ρ	As <sub>22</sub> (in <sup>2</sup> /m)			ρ'	As <sub>22</sub> (in <sup>2</sup> /m)	μ <sub>y</sub>	barras					
468	-63.85	-0.059546	0.003746	4.04	#8/0.20	0.002341	2.52	#6c/0.20m	15.37	-10.02	-0.009344	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	13.99
508	-63.85	-0.059546	0.003746	4.04	#8/0.20	0.002341	2.52	#6c/0.20m	15.37	-10.02	-0.009344	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	13.99
520	-63.85	-0.059546	0.003746	4.04	#8/0.20	0.002341	2.52	#6c/0.20m	15.37	-10.02	-0.009344	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	13.99
456	-67.85	-0.063276	0.003982	4.29	#8/0.20	0.002489	2.68	#6c/0.20m	14.85	-9.98	-0.009312	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	24.92
468	-67.85	-0.063276	0.003982	4.29	#8/0.20	0.002489	2.68	#6c/0.20m	14.85	-9.98	-0.009312	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	24.92
508	-67.85	-0.063276	0.003982	4.29	#8/0.20	0.002489	2.68	#6c/0.20m	14.85	-9.98	-0.009312	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	24.92
520	-67.85	-0.063276	0.003982	4.29	#8/0.20	0.002489	2.68	#6c/0.20m	14.85	-9.98	-0.009312	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	24.92
470	-62.29	-0.058096	0.003654	3.94	#8/0.20	0.002284	2.46	#6c/0.20m	15.59	-8.47	-0.007904	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	13.99
480	-62.29	-0.058096	0.003654	3.94	#8/0.20	0.002284	2.46	#6c/0.20m	15.59	-8.47	-0.007904	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	13.99
496	-62.29	-0.058096	0.003654	3.94	#8/0.20	0.002284	2.46	#6c/0.20m	15.59	-8.47	-0.007904	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	13.99
506	-62.29	-0.058096	0.003654	3.94	#8/0.20	0.002284	2.46	#6c/0.20m	15.59	-8.47	-0.007904	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	13.99
470	-60.52	-0.056442	0.003549	3.83	#8/0.20	0.002218	2.39	#6c/0.20m	15.85	-7.80	-0.007273	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	5.36
480	-60.52	-0.056442	0.003549	3.83	#8/0.20	0.002218	2.39	#6c/0.20m	15.85	-7.80	-0.007273	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	5.36
496	-60.52	-0.056442	0.003549	3.83	#8/0.20	0.002218	2.39	#6c/0.20m	15.85	-7.80	-0.007273	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	5.36
506	-60.52	-0.056442	0.003549	3.83	#8/0.20	0.002218	2.39	#6c/0.20m	15.85	-7.80	-0.007273	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	5.36
483	-64.14	-0.059823	0.003763	4.06	#8/0.20	0.002352	2.54	#6c/0.20m	15.33	-7.65	-0.007136	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	5.36
493	-64.14	-0.059823	0.003763	4.06	#8/0.20	0.002352	2.54	#6c/0.20m	15.33	-7.65	-0.007136	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	5.36
483	-64.14	-0.059823	0.003763	4.06	#8/0.20	0.002352	2.54	#6c/0.20m	15.33	-7.65	-0.007136	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	5.36
493	-64.14	-0.059823	0.003763	4.06	#8/0.20	0.002352	2.54	#6c/0.20m	15.33	-7.65	-0.007136	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	5.36
391	70.29	0.065552	0.004126	4.45	#8/0.20	0.002579	2.78	#6c/0.20m	14.55	34.33	0.032019	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	180.71
404	70.29	0.065552	0.004126	4.45	#8/0.20	0.002579	2.78	#6c/0.20m	14.55	34.33	0.032019	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	669.46
573	70.29	0.065552	0.004126	4.45	#8/0.20	0.002579	2.78	#6c/0.20m	14.55	34.33	0.032019	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	669.46
585	70.29	0.065552	0.004126	4.45	#8/0.20	0.002579	2.78	#6c/0.20m	14.55	34.33	0.032019	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	669.46
417	60.83	0.056729	0.003568	3.85	#8/0.20	0.002230	2.40	#6c/0.20m	15.80	34.60	0.032268	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	190.24
429	60.83	0.056729	0.003568	3.85	#8/0.20	0.002230	2.40	#6c/0.20m	15.80	34.60	0.032268	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	669.46
547	60.83	0.056729	0.003568	3.85	#8/0.20	0.002230	2.40	#6c/0.20m	15.80	34.60	0.032268	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	669.46
559	60.83	0.056729	0.003568	3.85	#8/0.20	0.002230	2.40	#6c/0.20m	15.80	34.60	0.032268	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	669.46
404	174.84	0.163061	0.010362	11.18	(#7+1#10) c/0.20m	0.006476	6.99	2#7c/0.20m	8.54	39.94	0.037248	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	180.71
416	174.84	0.163061	0.010362	11.18	(#7+1#10) c/0.20m	0.006476	6.99	2#7c/0.20m	8.54	39.94	0.037248	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	669.46
560	174.84	0.163061	0.010362	11.18	(#7+1#10) c/0.20m	0.006476	6.99	2#7c/0.20m	8.54	39.94	0.037248	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	669.46
572	174.84	0.163061	0.010362	11.18	(#7+1#10) c/0.20m	0.006476	6.99	2#7c/0.20m	8.54	39.94	0.037248	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	669.46
404	176.95	0.165028	0.010489	11.31	(#7+1#10) c/0.20m	0.006556	7.07	2#7c/0.20m	8.48	40.13	0.037428	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	190.24
416	176.95	0.165028	0.010489	11.31	(#7+1#10) c/0.20m	0.006556	7.07	2#7c/0.20m	8.48	40.13	0.037428	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	669.46
560	176.95	0.165028	0.010489	11.31	(#7+1#10) c/0.20m	0.006556	7.07	2#7c/0.20m	8.48	40.13	0.037428	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	669.46
572	176.95	0.165028	0.010489	11.31	(#7+1#10) c/0.20m	0.006556	7.07	2#7c/0.20m	8.48	40.13	0.037428	0.003333	3.60	#7c/0.20m	0.002083	2.25	#5c/0.20m	16.42	669.46

0.003442	3.71	0.002151	2.32	668.19	1.737.29	8.798.53	0.003994	4.31	0.002496	2.69	775.42	2.016.08	10.210.45
1.069.10	30.55	288.00	66.00	66.00	secciones doble refuerzo	kgf/m <sup>2</sup>	kgf/m <sup>2</sup>	kgf	kgf	Ast(m <sup>2</sup> )	Ast(m <sup>2</sup> )	kgf	kgf/m <sup>2</sup>

Top Rebar in2/m-Dir 1 



Bottom Rebar in2/m-Dir 1 

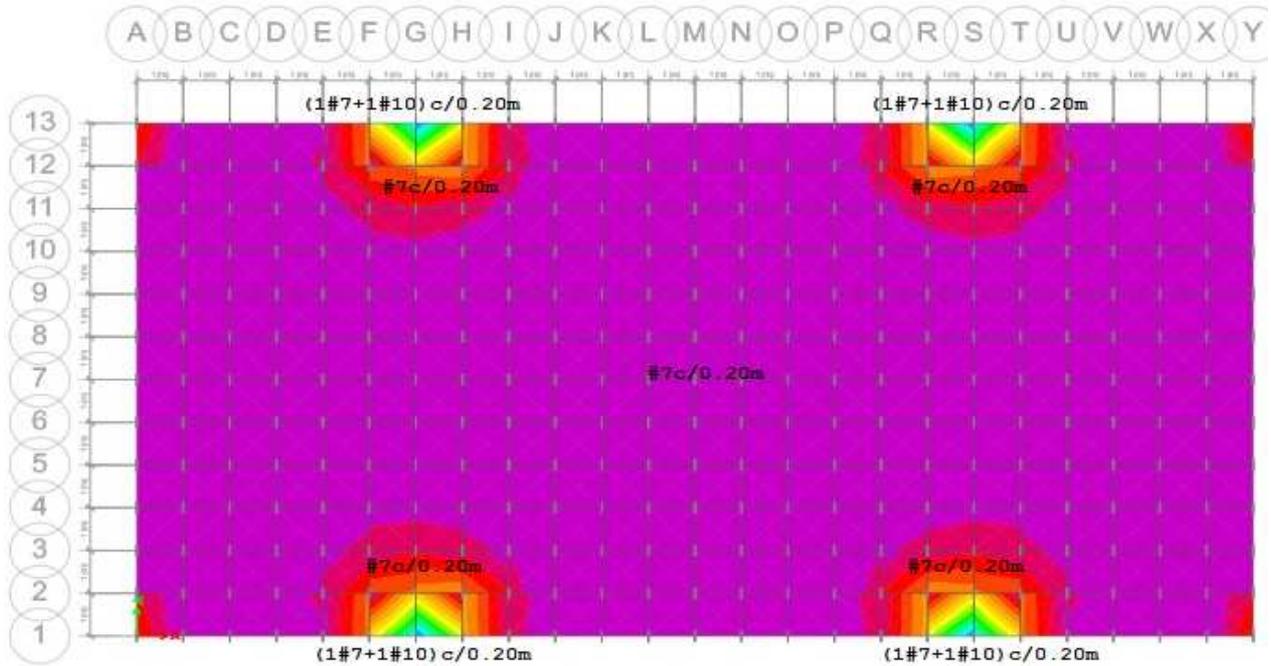


Fig. 7 REFUERZO LONG. EN LA DIRECCIÓN 1

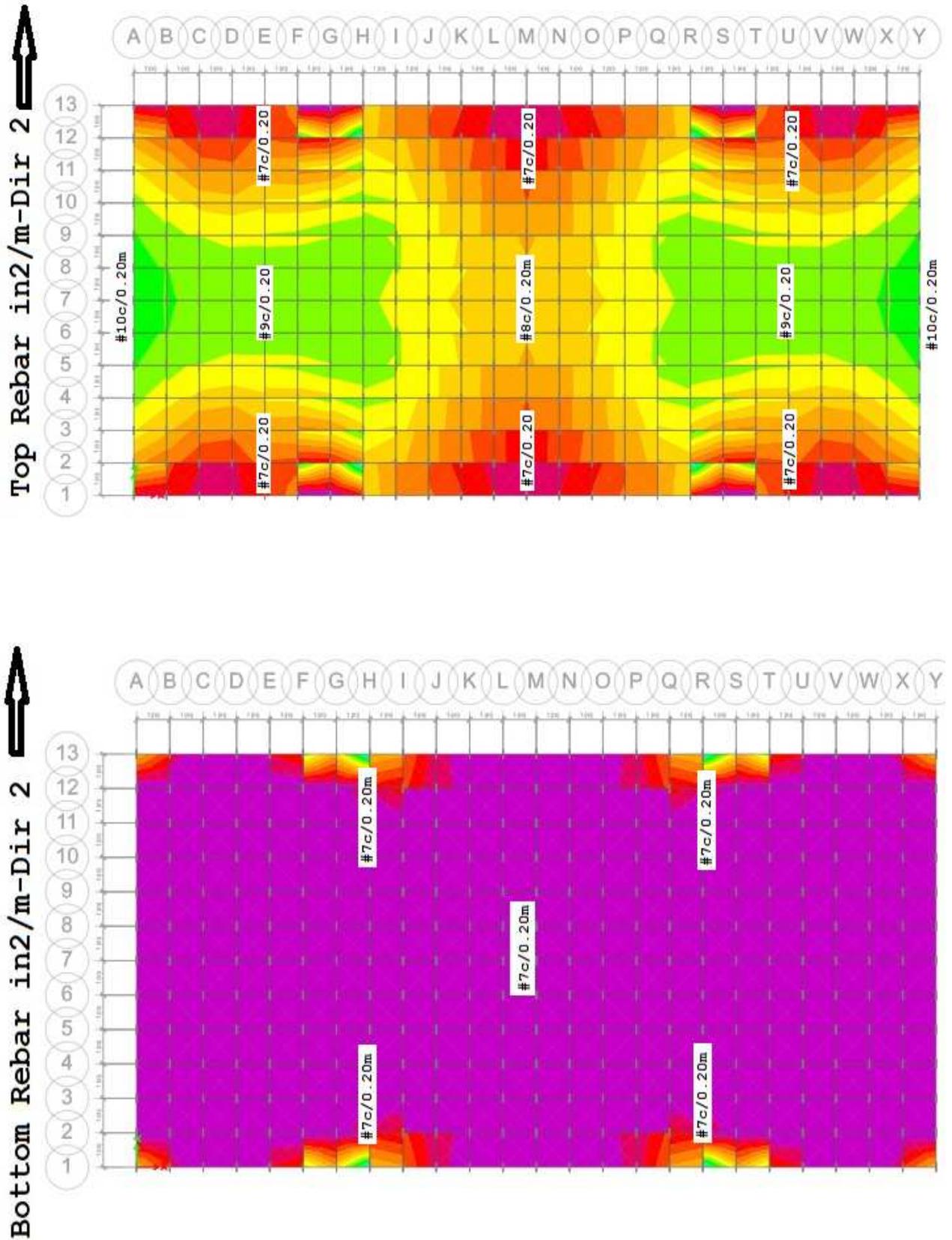


Fig. 8 REFUERZO LONG. EN LA DIRECCIÓN 2

## 5. Conclusiones

Se ha presentado un nuevo análisis 2-D de placas de cimentación sobre suelos estratificados con sus módulos de deformación volumétricos  $Mv(m^2/Tf)$  usando una malla triangular de elementos finitos con matriz de rigidez de cada elemento de  $9 \times 9$  y su respectivo vector de cargas  $9 \times 1$  ocasionado por carga uniforme conocida  $q_0(Tf/m^2)$ . La Ecuación Matricial de Asentamientos  $[EMA][q_{zm}] = -[\delta_{zi}]$ , se realizó según Damy R.[4] usando cargas verticales desconocidas  $q_{zm}$  uniformemente repartidas sobre superficies poligonales de cualquier forma. El ensamblaje y solución del sistema completo de ecuaciones lineales con incógnitas  $\delta_{zi}$ ,  $\theta_{xi}$ ,  $\theta_{yi}$ ,  $q_{zm}$  se realizó según Deméneghi[5] usando un método directo sin iteraciones. Se calculó la matriz de resortes  $K_{ss}[\delta_{zi}, \theta_{xi}, \theta_{yi}]$  (placa de concreto+suelo) debajo de las cargas concentradas  $P_i$ , según Molano[15] para usarse en cualquier software comercial y así determinar los asentamientos diferenciales de la Super-estructura. Se hizo un ejemplo numérico obteniéndose buena concordancia en el cálculo de presiones, asentamientos, momentos flectores y fuerzas cortantes con el modelo 1-D de Zeevaert [18] cuando se tienen en cuenta los esfuerzos de contacto en el sentido corto de la cimentación. Se realizó además, un análisis comparativo con ayuda del excelente software CSI-ETABS, suministrándole en cada nudo de la placa únicamente los valores de los resortes del suelo ( $Tf/m$ ) obtenidos en esta investigación, sin usar el coeficiente de balasto ( $Tf/m^3$ ), calculando así asentamientos, fuerzas cortantes ( $Tf/m$ ) y momentos flectores ( $Tf-m/m$ ) más exactos que el modelo presentado por el autor, para su respectivo diseño estructural, con un factor de carga de  $FC=1.20$  como ejemplo teórico para el diseño por flexión de secciones doble refuerzo que garantizan un adecuado factor de ductilidad por curvatura  $\mu_\phi$ .

## 6. Agradecimientos

El autor agradece a Lucía Arango Cardona y Asociados por asignar el personal necesario para realizar este proyecto de investigación.

## 7. Referencias

- [1] Alvéstegui C. C., "Diseño de Estructuras de Hormigón Armado", Editorial Universidad de Santiago de Chile, 3 ed, (2015), 1024 págs.
- [2] Bell K. and Holand I., "Finite element methods in stress analysis", Tapir, Norway, Chapter 7 pp 213-252, 1969.
- [3] Butlin G.A. and Ford R., "A compatible triangular plate bending finite element", *Int. J. Solids Structures*, Vol 6, 323-332, Pergamon Press, (1970).
- [4] Damy R. J. "Integración de las superficies de Boussinesq, Westergaard y Fröhlich, sobre superficies poligonales de cualquier forma, cargadas con fuerzas verticales uniformemente repartidas" *Revista de Ingeniería*, Vol. XV, No. 1, UNAM. 1985, pp 82-86.

- [5] Deméneghi C. A., Interacción Suelo-Estructura. “*Primer Encuentro Nacional Interacción Suelo-Estructura*”, Facultad de Ingeniería, Universidad de Medellín, Colombia, Nov. 6-9, 1-68, (1985).
- [6] González A. J. L., “Método riguroso para el cálculo de asentamientos considerando la variación horizontal de los parámetros mecánicos del suelo”, XXVII Reunión Nacional de Mecánica de Suelos e Ingeniería Geotécnica, Sociedad Mexicana de Ingeniería Geotécnica A.C. , México, D.F.,(Nov 2014)
- [7] Jeyachandrabose C. and Kirkhope J., “Explicit formulation for the A-9 triangular plate bending element” , *Communications in applied Numerical Methods*, vol 1, 311-316,(1985a).
- [8] Jeyachandrabose C. and Kirkhope J., “An alternative explicit formulation for the DKT plate-bending element” , *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol 21, 1289-1293,(1985b).
- [9] Molano T. J. C., “Sobre un nuevo método de interacción suelo-estructura (ISE)”, *Sextas Jornadas Geotécnicas de la Ingeniería de Colombia*, Sociedad Colombiana de Ingenieros, Bogotá, Colombia, 191-216, (1990).
- [10] Molano T. J. C., “Interacción suelo-estructura: una nueva aproximación”, *Interacción Suelo-Estructura y Diseño Estructural de Cimentaciones*, Simposio, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, México, D.F., 103-113,(18 Sept 1991).
- [11] Molano Toro J. C., “Diseño Dúctil de Secciones Rectangulares de Hormigón Reforzado”, X Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural, Porto Alegre, Brasil, 1993.
- [12] Molano Toro J. C., “Curvature Ductility of Reinforced Concrete Beams under Low and High Strain Rates”, *ACI Structural Journal*, Vol 93(4), July-August 1996, pp 496-498.
- [13] Molano Toro J. C., “Coeficientes para el Cálculo de Vigas Rectangulares de Hormigón Doblemente Reforzadas según ACI 318-95”, Colección Universidad de Medellín, No. 28, 1997, 66 páginas.
- [14] Molano Toro J. C., “Design of Reinforced Concrete Flexural Sections by Unified Design Approach”, *ACI Structural Journal*, Vol 96(4), July-August 1999, pp 661.
- [15] Molano T. J. C., “Método de la Parrilla Finita (Finite Grid Method FGM) aplicado a zapatas y placas de cimentación sobre fundación elástica”, *XIX Jornadas Geotécnicas de la Ingeniería de Colombia*, Sociedad Colombiana de Ingenieros, Bogotá, Colombia, (26-27 Agosto 2021).
- [16] Petyt M., “Introduction to finite element vibration analysis”, 2<sup>nd</sup> Ed, Cambridge University Press, 518 pps,(2010).
- [17] Rao S.S., “The finite element method in engineering”, Pergamon Press, (1982).
- [18] Zeevaert, L. “Interacción suelo-estructura de cimentaciones superficiales y profundas sujetas a cargas estáticas y sísmicas”, Limusa, México (1980).