

PREDIMENSIONADO DE VIGAS DÚCTILES RECTANGULARES DE CONCRETO REFORZADO

Juan Carlos Molano Toro⁽¹⁾

¹ Ingeniero Civil, Universidad de Medellín, Colombia
PMP, PMI-SP, Especialista en Proyectos
juan.molanotoro1@gmail.com

Resumen

Se presenta la reformulación matemática de vigas doble refuerzo de concreto reforzado no confinado que garantiza una adecuada ductilidad por curvatura $\mu\phi=6$ with $\rho'/\rho \geq 0.625$, $\epsilon_{cu}=0.003$, $h/dt=1.10$, $d'/dt=0.10$, para el máximo momento flector M_u obtenido de las combinaciones de carga, obteniéndose así las dimensiones y cuantías definitivas de la sección en sólo dos pasos: a) calculando primero d_t y b) calculando luego A_s y A'_s . Se hace un análisis comparativo con ejemplos obtenidos de la literatura existente mediante el método estándar actual y el nuevo método con la ayuda de la Tabla 3 propuesta por el autor

Palabras clave: vigas doble refuerzo, factor de ductilidad por curvatura

Abstract

The mathematical reformulation of double reinforced unconfined reinforced concrete beams is presented that guarantees adequate ductility due to curvature $\mu\phi=6$ with $\rho'/\rho \geq 0.625$, $\epsilon_{cu}=0.003$, $h/dt=1.10$, $d'/dt=0.10$, for the maximum bending moment M_u obtained from the load combinations, thus obtaining the final dimensions and quantities of the section in just two steps: a) first calculating d_t and b) then calculating A_s and A'_s . A comparative analysis is made with examples obtained from the existing literature using the current standard method and the new method with the help of Table 3 proposed by the author.

Keywords: double reinforced beams, curvature ductility factor.

1. Introducción

Para vigas de concreto no confinado y doble refuerzo, la resistencia a flexión y la ductilidad por curvatura $\mu\phi$ dependen de la cuantía del refuerzo a tensión ρ y la relación entre cuantías ρ'/ρ , siendo ρ' la cuantía del refuerzo en compresión. Park and Ruitong [10] calcularon las cuantías de refuerzo a tracción ρ para secciones doble refuerzo con valores de $\rho'/\rho=0.5$ y $\rho'/\rho=0.75$ obteniéndose factores de ductilidad por curvatura $\mu\phi \geq 8$. En esta investigación se propone calcular, en dos pasos, las dimensiones y cuantías definitivas de una viga doble refuerzo con $\mu\phi=6$ para un valor máximo (obtenido de las combinaciones de carga) de M_u para cada valor de la resistencia a la compresión F'_c del concreto no confinado (para esfuerzos en forma de bloque parabólico y bloque rectangular del ACI-318-95), con las ecuaciones propuestas por Park and Ruitong [10] y las del ACI-318-95 que se encuentran en los textos de concreto reforzado..

2. Metodología

2.1. Relación Esfuerzo-Deformación para Vigas Doble Refuerzo de Concreto no confinado

En la Fig. 1 [10] se presentan las distribuciones de esfuerzo y deformación cuando el refuerzo en tracción alcanza la primera cedencia para bloque parabólico de esfuerzos en el concreto no confinado.

En la Fig. 2 [9] se presentan las distribuciones de esfuerzo y deformación cuando el refuerzo en tracción alcanza la primera cedencia para bloque rectangular de esfuerzos en el concreto no confinado según ACI-318-95.

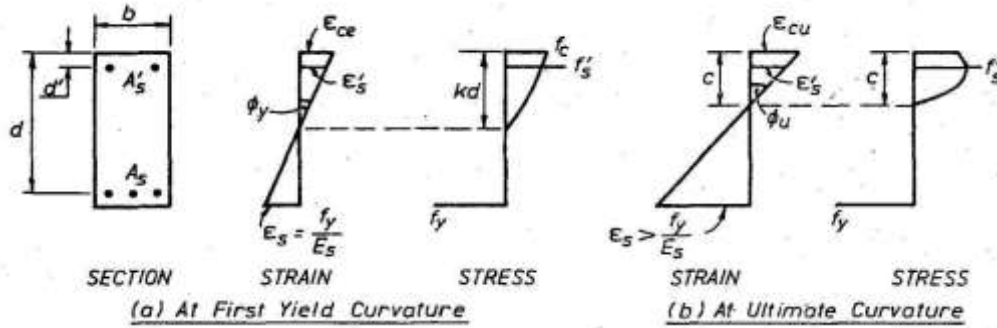


Fig.1 Sección de viga doble refuerzo en concreto no confinado sometida a Flexión, ref[10] pp 218

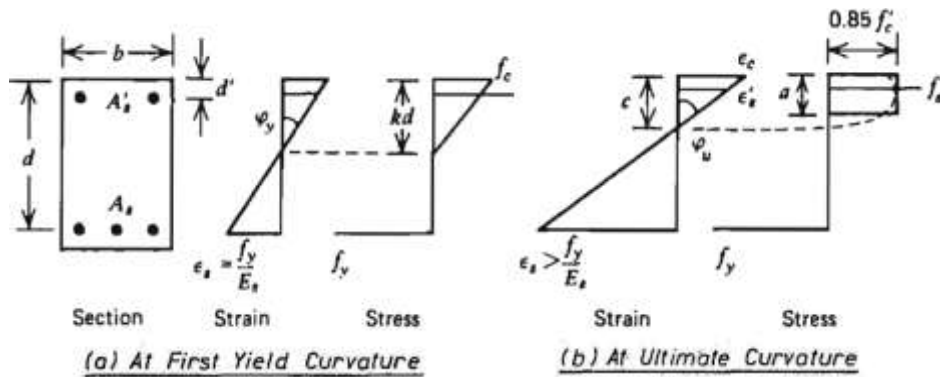


Fig. 2 Sección de viga doble refuerzo en concreto no confinado sometida a Flexión, ref[9] pp 204.

2.2. Requisitos de Ductilidad para Vigas según Código ACI-318-95

El código del ACI-318-95 tiene los siguientes requerimientos que afectan el factor de ductilidad por curvatura μ_ϕ (unidades en psi):

- a) En miembros a flexión en todas las veces, si el acero de compresión ρ' está cediendo:

$$(\rho - \rho') / \rho_b \leq 0.75 \tag{1}$$

$$\rho_b = 0.85 * F'_c * \beta_1 * \epsilon_{cu} * E_s / [F_y * (E_s * \epsilon_{cu} + F_y)] , \quad \epsilon_{cu} = 0.003 \tag{2}$$

- b) En elementos a flexión de estructuras continuas donde los momentos, calculados por teoría elástica, en los apoyos son incrementados o disminuidos en un valor de no más del 20[1.0 - ($\rho - \rho'$) / ρ_b] por ciento para permitir redistribución de momentos:

$$(\rho - \rho') / \rho_b \leq 0.50 \tag{3}$$

- c) En miembros a flexión de pórticos dúctiles para los cuales las fuerzas de diseño relacionadas con movimientos sísmicos han sido determinadas sobre la base de disipación de energía en el rango no-lineal de respuesta, $\rho \leq 0.025$ y la resistencia por momento positivo en la cara del nudo no deberá ser menor que un medio de la resistencia por Momento negativo proporcionada en la cara ese nudo, es decir $M_u^+ / M_u^- \geq 0.50$, ó en palabras de este autor $\rho' / \rho \geq 0.50$, con $\rho' \leq 0.0125$.

- d) Park and Ruitong[10] proponen en la Tabla 1. las máximas cuantías de diseño a tracción para factores de ductilidad por curvatura de $\mu_\phi = 8$ y $\mu_\phi = 10$ que son alcanzadas cuando $\rho' / \rho = 0.50$ $\rho' / \rho = 0.75$, con $d' / d_e = 0.10$, $h / d_e = 1.10$, $\rho = A_s / (b_w * d_e)$, $\rho' = A'_s / (b_w * d_e)$, siendo b_w y d_e = ancho y peralte o profundidad efectiva de la sección rectangular respectivamente, $\epsilon_{cu} = 0.004$.

Tabla 1. Máximas cuantías en tracción para vigas que alcanzan $\mu_\phi = 8$ y $\mu_\phi = 10$ [10]

f_y , psi (MPa)		40,000 (276)			60,000 (414)		
f'_c , psi (MPa)		3000 (20.7)	4000 (27.6)	5000 (34.5)	3000 (20.7)	4000 (27.6)	5000 (34.5)
Maximum ρ when $\rho'/\rho = 0.5$	For $\phi_x/\phi_y = 8$	0.023	0.028	0.033	0.0093	0.0116	0.0137
	For $\phi_x/\phi_y = 10$	0.019	0.023	0.027	0.0067	0.0083	0.0100
Maximum ρ when $\rho'/\rho = 0.75$	For $\phi_x/\phi_y = 8$	0.041	>0.045	>0.045	0.0118	0.0150	0.0180
	For $\phi_x/\phi_y = 10$	0.034	0.041	0.051	0.0077	0.0100	0.0117

Park y Ruitong[10] pp223-224 también recomiendan para propósitos prácticos que las vigas doble refuerzo se diseñen con un factor de ductilidad por curvatura de $\mu_\phi = 8$ para que las cuantías a tracción no sean tan pequeñas, pues las secciones de vigas serían demasiado grandes y costosas, con la ayuda de la siguiente ecuación:

$$\rho \leq k_1 * [F'_c(\text{Ksi}) + 1.0\text{Ksi}] / 4.0\text{Ksi} \tag{4}$$

obteniéndose la siguiente Tabla 2, con $3.0\text{Ksi} \leq F'_c \leq 5.0 \text{Ksi}$,

Tabla 2. Máximas cuantías en tracción para vigas que alcanzan $\mu_\phi = 8$, con $\rho'/\rho = 0.50$ y $\rho'/\rho = 0.75$

$F_y = 60\text{Ksi}$ $k_1 = 0.0093$ $\rho'/\rho = 0.5$ $\mu_\phi = 8$	$F_y = 40 \text{Ksi}$ $k_1 = 0.023$ $\rho'/\rho = 0.5$ $\mu_\phi = 8$	$F_y = 60\text{Ksi}$ $k_1 = 0.0093$ $\rho'/\rho = 0.75$ $\mu_\phi = 8$	$F_y = 40 \text{Ksi}$ $k_1 = 0.023$ $\rho'/\rho = 0.75$ $\mu_\phi = 8$																																																
<table border="1"> <thead> <tr><th>F'_c (Ksi)</th><th>ρ (%)</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>3.00</td><td>0.93%</td></tr> <tr><td>3.50</td><td>1.05%</td></tr> <tr><td>4.00</td><td>1.16%</td></tr> <tr><td>4.50</td><td>1.28%</td></tr> <tr><td>5.00</td><td>1.40%</td></tr> </tbody> </table> $\rho \leq k_1 * (F'_c + 1) / 4$	F'_c (Ksi)	ρ (%)	3.00	0.93%	3.50	1.05%	4.00	1.16%	4.50	1.28%	5.00	1.40%	<table border="1"> <thead> <tr><th>F'_c (Ksi)</th><th>ρ (%)</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>3.00</td><td>2.30%</td></tr> <tr><td>3.50</td><td>2.59%</td></tr> <tr><td>4.00</td><td>2.88%</td></tr> <tr><td>4.50</td><td>3.16%</td></tr> <tr><td>5.00</td><td>3.45%</td></tr> </tbody> </table> $\rho \leq k_1 * (F'_c + 1) / 4$	F'_c (Ksi)	ρ (%)	3.00	2.30%	3.50	2.59%	4.00	2.88%	4.50	3.16%	5.00	3.45%	<table border="1"> <thead> <tr><th>F'_c (Ksi)</th><th>ρ (%)</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>3.00</td><td>1.21%</td></tr> <tr><td>3.50</td><td>1.36%</td></tr> <tr><td>4.00</td><td>1.51%</td></tr> <tr><td>4.50</td><td>1.66%</td></tr> <tr><td>5.00</td><td>1.81%</td></tr> </tbody> </table> $\rho \leq 1.3 * k_1 * (F'_c + 1) / 4$	F'_c (Ksi)	ρ (%)	3.00	1.21%	3.50	1.36%	4.00	1.51%	4.50	1.66%	5.00	1.81%	<table border="1"> <thead> <tr><th>F'_c (Ksi)</th><th>ρ (%)</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>3.00</td><td>4.03%</td></tr> <tr><td>3.50</td><td>4.53%</td></tr> <tr><td>4.00</td><td>5.03%</td></tr> <tr><td>4.50</td><td>5.53%</td></tr> <tr><td>5.00</td><td>6.04%</td></tr> </tbody> </table> $\rho \leq 1.75 * k_1 * (F'_c + 1) / 4$	F'_c (Ksi)	ρ (%)	3.00	4.03%	3.50	4.53%	4.00	5.03%	4.50	5.53%	5.00	6.04%
F'_c (Ksi)	ρ (%)																																																		
3.00	0.93%																																																		
3.50	1.05%																																																		
4.00	1.16%																																																		
4.50	1.28%																																																		
5.00	1.40%																																																		
F'_c (Ksi)	ρ (%)																																																		
3.00	2.30%																																																		
3.50	2.59%																																																		
4.00	2.88%																																																		
4.50	3.16%																																																		
5.00	3.45%																																																		
F'_c (Ksi)	ρ (%)																																																		
3.00	1.21%																																																		
3.50	1.36%																																																		
4.00	1.51%																																																		
4.50	1.66%																																																		
5.00	1.81%																																																		
F'_c (Ksi)	ρ (%)																																																		
3.00	4.03%																																																		
3.50	4.53%																																																		
4.00	5.03%																																																		
4.50	5.53%																																																		
5.00	6.04%																																																		

El Ing. Estructural tendría que hacer varios tanteos de diseño para encontrar una sección de viga con las dimensiones adecuadas que se ajusten a estas cuantías dadas en la Tabla 1 y Tabla 2. Observando en ambas tablas que $\rho'/\rho = 0.50$ y $\rho'/\rho = 0.75$ el autor propone en esta investigación que se utilice un promedio para el valor $\rho'/\rho = 0.625$, con $\mu_\phi = 6$, $\epsilon_{cu} = 0.003$, $F_y = 60\text{Ksi}$ obteniéndose las siguientes cuantías de la Tabla 3 con sus respectivos valores adicionales de $R_n(\text{adim}) = \mu_u / [0.90 * F'_c * b_w * d^2]$, Molano[7].

Se observan cuantías a tracción ρ casi idénticas con $\mu_\phi = 6$ y $\rho'/\rho = 0.625$ de la Tabla 3 cuando se comparan con las cuantías obtenidas con $\mu_\phi = 8$ y $\rho'/\rho = 0.50$ con $F_y = 60\text{Ksi}$ de la Tabla 2. Si el Ing. Estructural no quiere predimensionar con $\rho'/\rho = 0.625$ lo puede hacer con $\rho'/\rho = 0.50$ y $\rho'/\rho = 0.75$ con ayuda de la Tabla 3.

Tabla 3. PREDIMENSIONADO DE VIGAS RECTANGULARES DOBLE REFUERZO

$h/dt=1.10, \quad d'/dt=0.10, \quad \epsilon_{cu}=0.003, \quad F_y=60Ksi$

F'c(MPa)	F'c(Ksi)	$\mu_f=6.0, \rho'/\rho=0.625$		$\mu_f=6.0, \rho'/\rho=0.50$		$\mu_f=6.0, \rho'/\rho=0.75$	
		ρ	Rn(adim)	ρ	Rn(adim)	ρ	Rn(adim)
20.7	3.0	2,109.24	0.158444	0.80%	0.147598	0.94%	0.172858
24.1	3.5	2,460.78	0.158123	0.93%	0.147080	1.09%	0.171825
27.6	4.0	2,812.33	0.157529	1.06%	0.146027	1.24%	0.171046
31.0	4.5	3,163.87	0.156808	1.12%	0.146432	1.39%	0.170505
34.5	5.0	3,515.41	0.156019	1.31%	0.145174	1.53%	0.169012
37.9	5.5	3,866.95	0.155088	1.44%	0.144779	1.67%	0.167795
41.4	6.0	4,218.49	0.154148	1.56%	0.143960	1.81%	0.166786
44.8	6.5	4,570.03	0.153372	1.68%	0.143268	1.95%	0.165934
48.3	7.0	4,921.57	0.152628	1.81%	0.143053	2.08%	0.164089
51.7	7.5	5,273.11	0.151850	1.93%	0.142850	2.22%	0.163664
55.2	8.0	5,624.65	0.151147	2.05%	0.142314	2.35%	0.162594
58.6	8.5	5,976.19	0.150494	2.17%	0.141795	2.48%	0.161525
62.1	9.0	6,327.73	0.149811	2.29%	0.141332	2.61%	0.160575
65.5	9.5	6,679.27	0.149058	2.40%	0.140302	2.73%	0.159155
69.0	10.0	7,030.81	0.148173	2.52%	0.140012	2.86%	0.158420

$$Rn \text{ (adim)} = Mu / (0.9 \cdot F'c \cdot bw \cdot dt^2)$$

$$Mu \text{ (Tf-m)}$$

$$dt \text{ (m)}$$

$$bw \text{ (m)}$$

$$F'c \text{ (Tf/m2)}$$

$$dt = \sqrt[3]{Mu / (0.9 \cdot F'c \cdot bw \cdot Rn)}$$

$$As \text{ (m2)} = \rho \cdot bw \cdot dt$$

$$A's \text{ (m2)} = (\rho' / \rho) \cdot As$$

Nota: si se usa $\epsilon_{cu}=0.004$, μ_f toma el valor de 8, quedando todo igual

3. Presentación de Resultados

Los resultados para siete ejemplos, tomados de la literatura existente, se presentan desde la Figura 3 hasta la Figura 9:

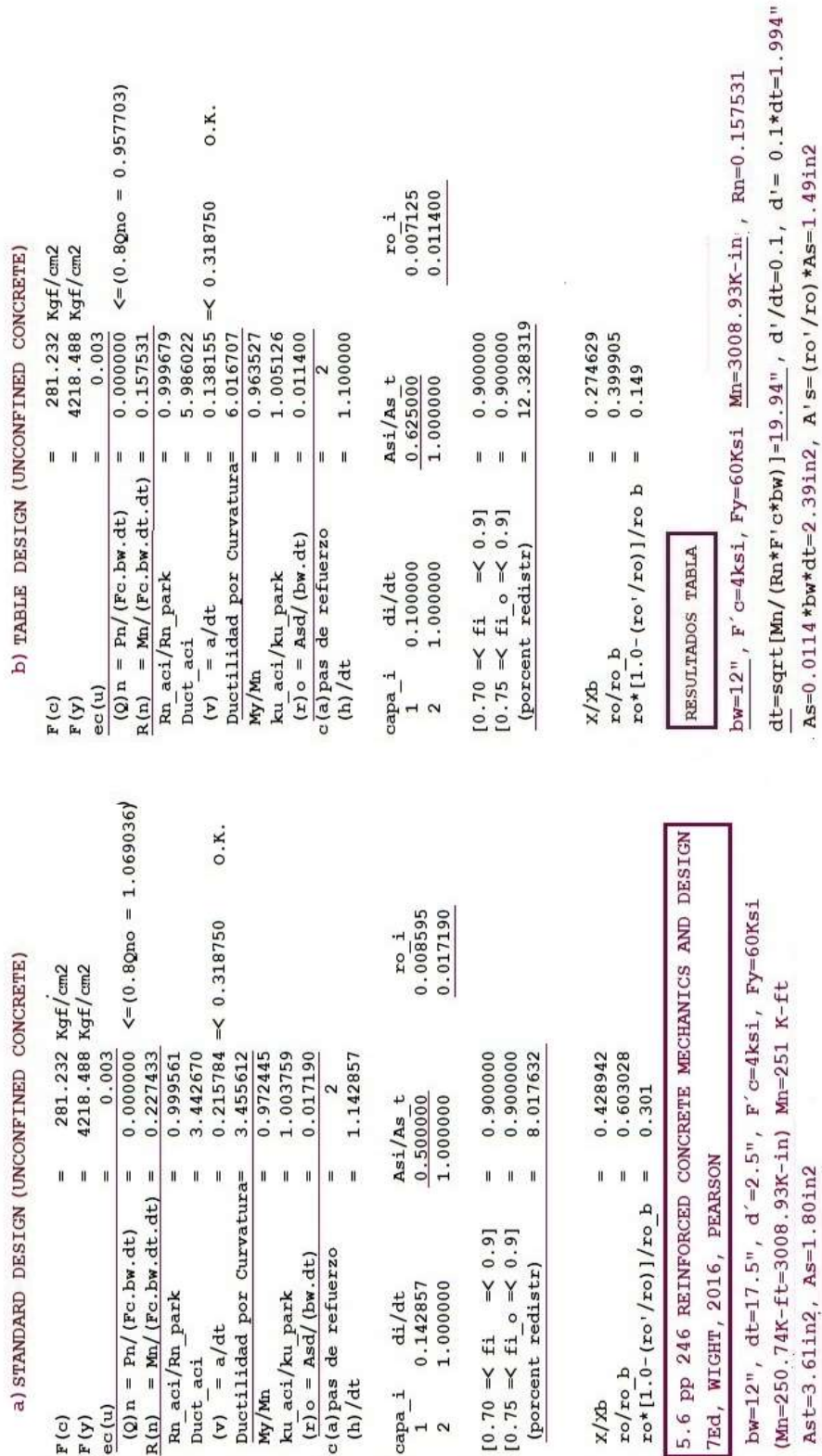


Fig. 3 EJEMPLO 1

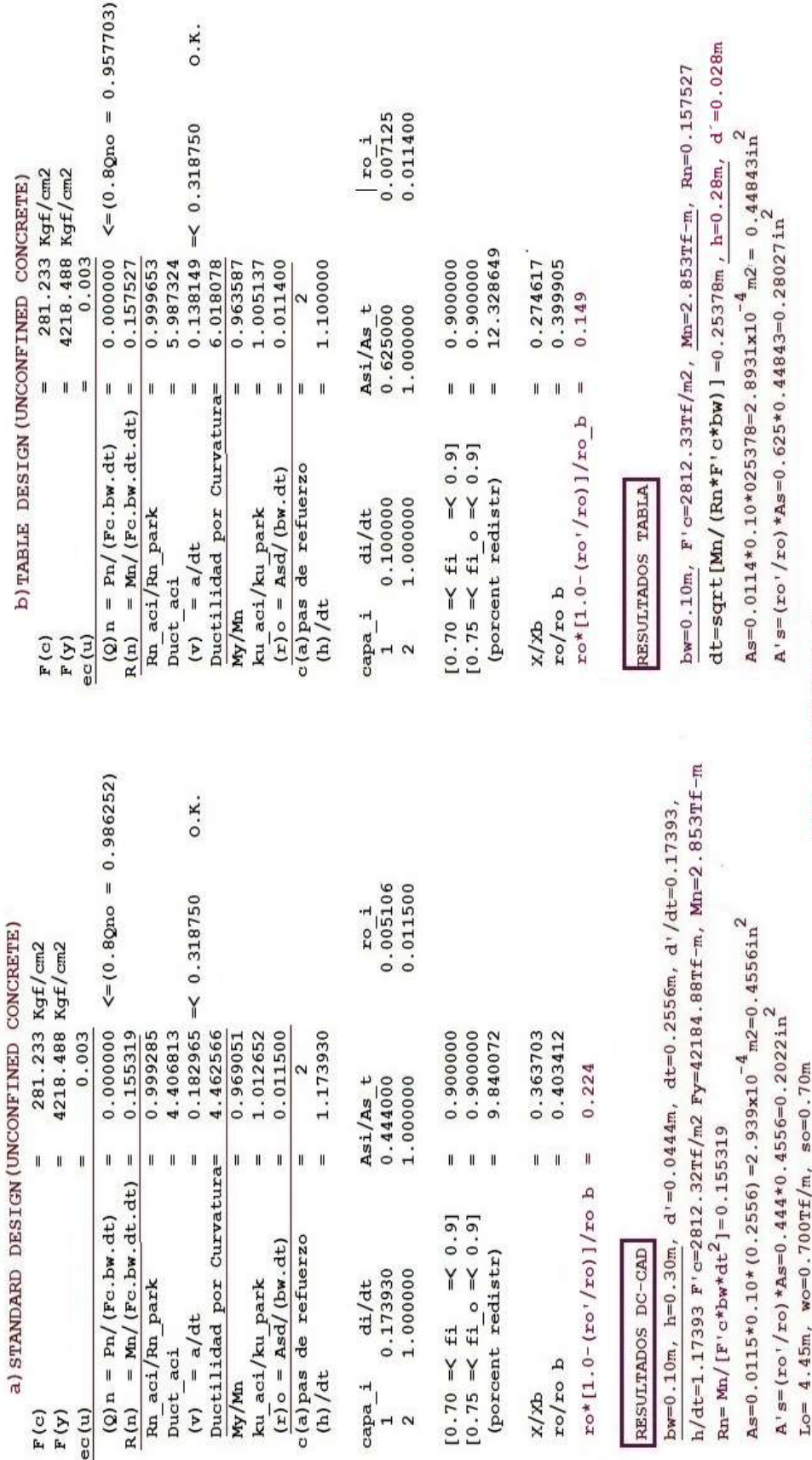


Fig. 4 EJEMPLO 2

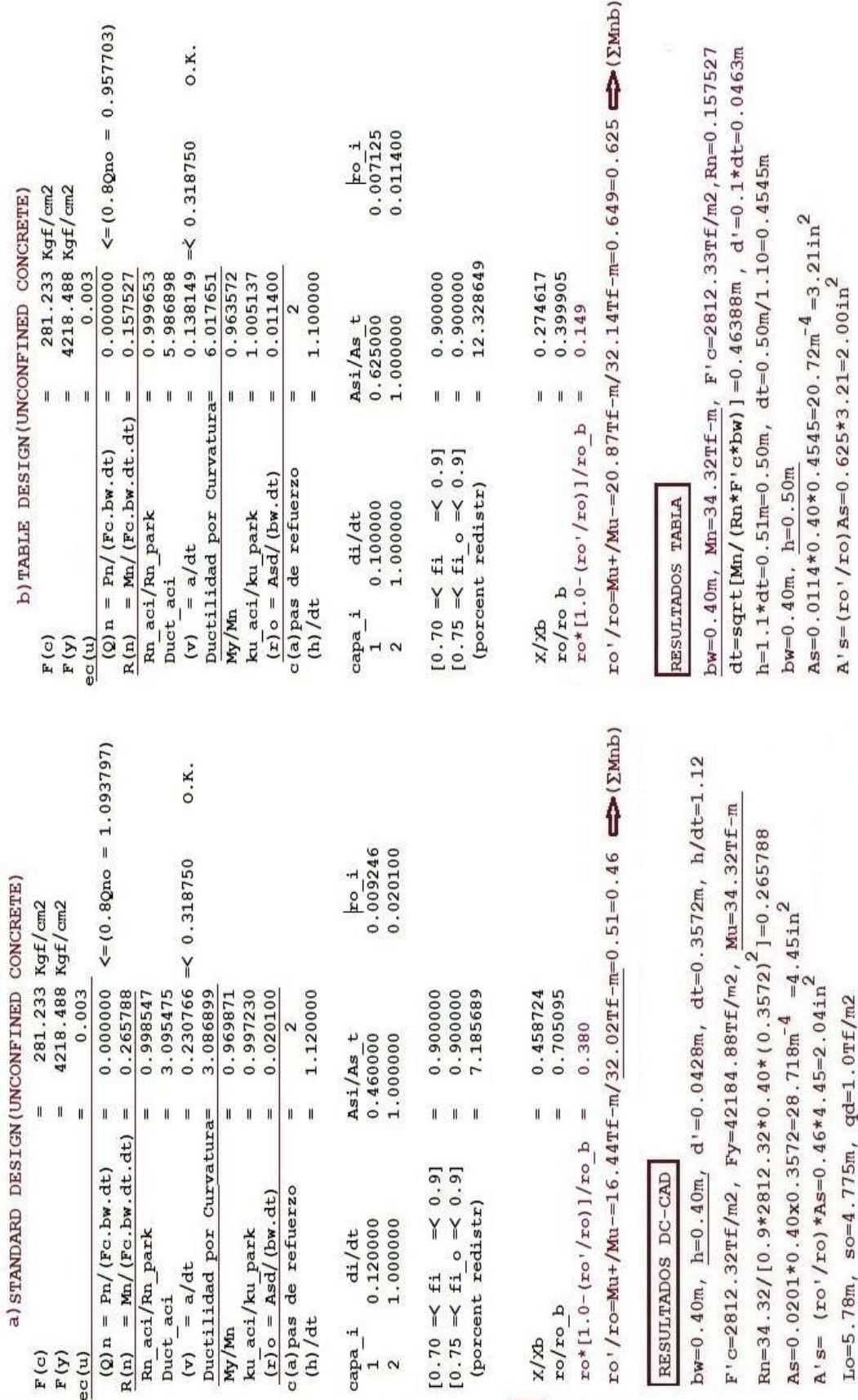
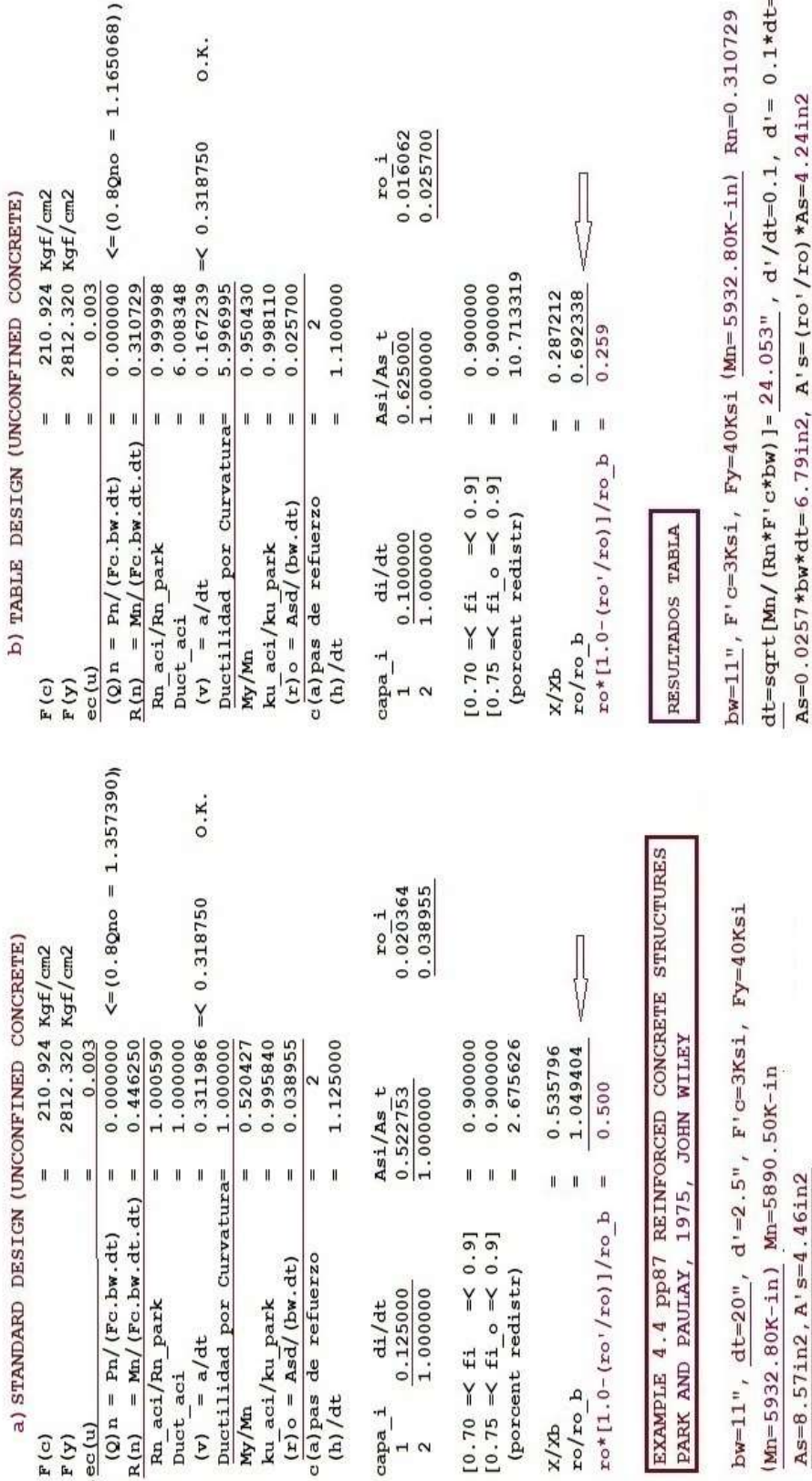


Fig. 5 EJEMPLO 3



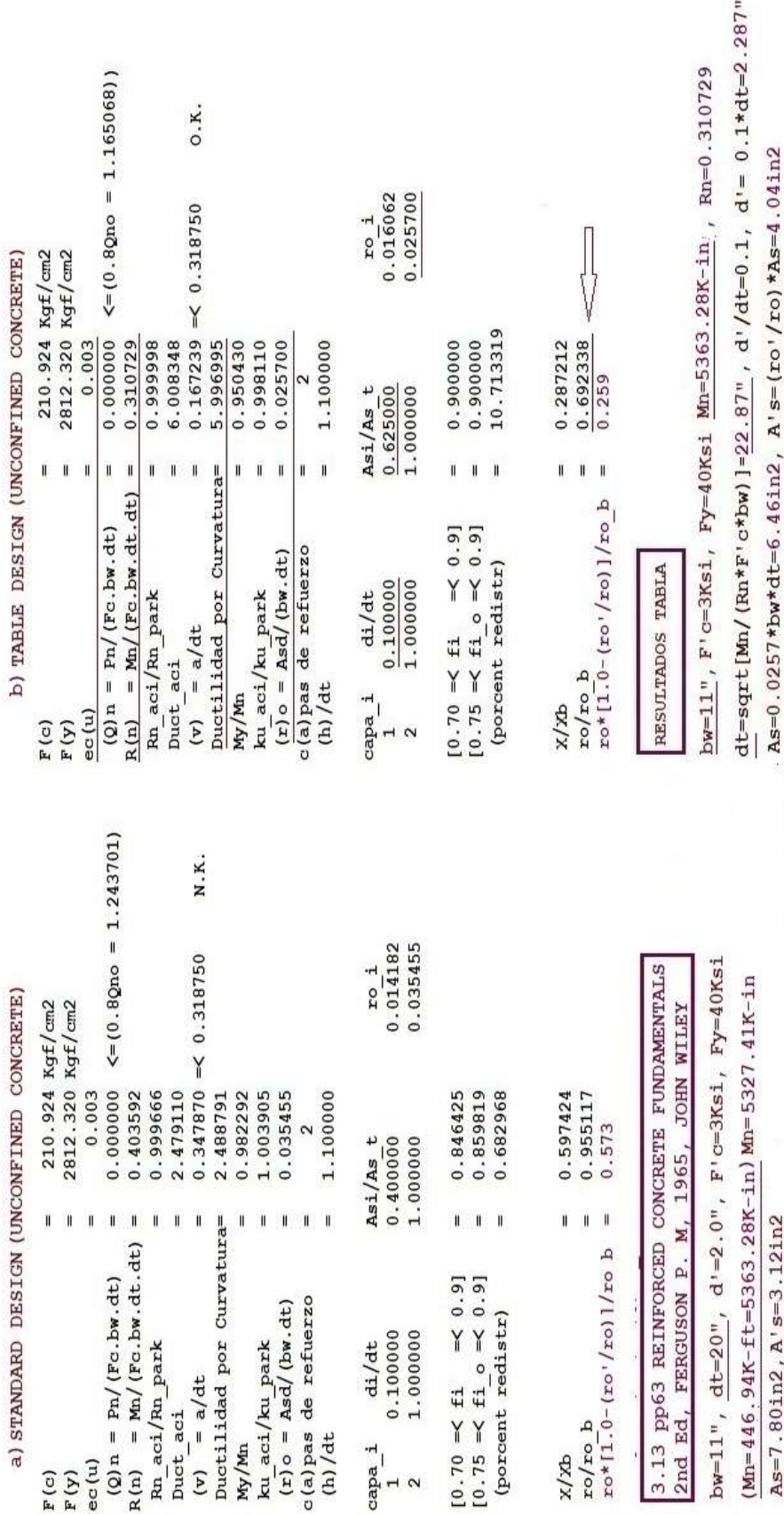


Fig. 7 EJEMPLO 5

a) STANDARD DESIGN (UNCONFINED CONCRETE)

F (c)	=	351.540	Kgf/cm ²
F (y)	=	4218.488	Kgf/cm ²
ec (u)	=	0.003	
(Q)n = Pn / (Fc.bw.dt)	=	0.000000	<= (0.8Qno = 1.131143)
R(n) = Mn / (Fc.bw.dt.dt)	=	0.265591	
Rn aci/Rn_park	=	1.000927	(0.998629) [1.001115]
Duct aci	=	3.714123	(1.715145) [3.962797]
(v) = a/dt	=	0.187565	(0.354341) [0.177717]
Ductilidad por Curvatura	=	3.828570	(1.834923) [4.076240]
My/Mn	=	0.965322	(0.998625) [0.965732]
ku aci/ku_park	=	1.030814	(1.069836) [1.028627]
(x)o = Asd / (bw.dt)	=	0.024704	(0.026755) [0.024653]
c(a)pas de refuerzo	=	2	
(h) / dt	=	1.115385	
capa i	di/dt	Asi/As t	ro i
1	0.115385	0.693333	0.017128
2	1.000000	1.000000	0.024704
capa i	di/dt	Asi/As t	ro i
1	0.115385	(0.066598)	(0.001782)
2	1.000000	1.000000	(0.026755)
capa i	di/dt	Asi/As t	ro i
1	0.115385	[0.781737]	[0.019272]
2	1.000000	1.000000	[0.024653]

(percent redistr)	=	8.933651	(0.000000) [9.514707]
X/Yb	=	0.396151	(0.748393) [0.375350]
ro/ro b	=	0.736616	(0.797759) [0.735091]
ro*[1.0-ro'/ro)]/ro_b	=	0.2258	(0.7446) [0.1604]

EXAMPLE 3.11.1 PP 80, REINFORCED CONCRETE DESIGN
CHU KIA WANG et AL, 2018 OXFORD UNIVERSITY PRESS

bw=14", dt=26", d'=3", F'c=5Ksi, Fy=60ksi

Mn=12573.33K-in

As=8.99in²(9.73in²) [8.97in²], A's=6.23in²(0.64in²) [7.01in²]

b) TABLE DESIGN (UNCONFINED CONCRETE)

F (c)	=	351.540	Kgf/cm ²
F (y)	=	4218.488	Kgf/cm ²
ec (u)	=	0.003	
(Q)n = Pn / (Fc.bw.dt)	=	0.000000	<= (0.8Qno = 0.952380)
R(n) = Mn / (Fc.bw.dt.dt)	=	0.156019	
Rn aci/Rn_park	=	1.000393	
Duct aci	=	5.785187	
(v) = a/dt	=	0.134652	<= 0.300000 O.K.
Ductilidad por Curvatura	=	6.016087	
My/Mn	=	0.962697	
ku aci/ku_park	=	1.039912	
(x)o = Asd / (bw.dt)	=	0.014100	
c(a)pas de refuerzo	=	2	
(h) / dt	=	1.100000	

capa i	di/dt	Asi/As t	ro i
1	0.100000	0.625000	0.008813
2	1.000000	1.000000	0.014100

[0.70 <= fi <= 0.9]	=	0.900000
[0.75 <= fi_o <= 0.9]	=	0.900000

(percent redistr)	=	12.055562
X/Yb	=	0.284393
ro/ro b	=	0.420427
ro*[1.0-(ro'/ro)]/ro_b	=	0.157

RESULTADOS TABLA

bw=14", F'c=5Ksi, Fy=60Ksi Mn=12573.33K-in Rn=0.156019

dt=sqrt[Mn/(Rn*F'c*bw)]=33.9302", d'/dt=0.1, d'=0.1*dt=3.393"

As=0.0141*bw*dt=6.69in², A's=(ro'/ro)*As=4.18in²

Fig. 8 EJEMPLO 6

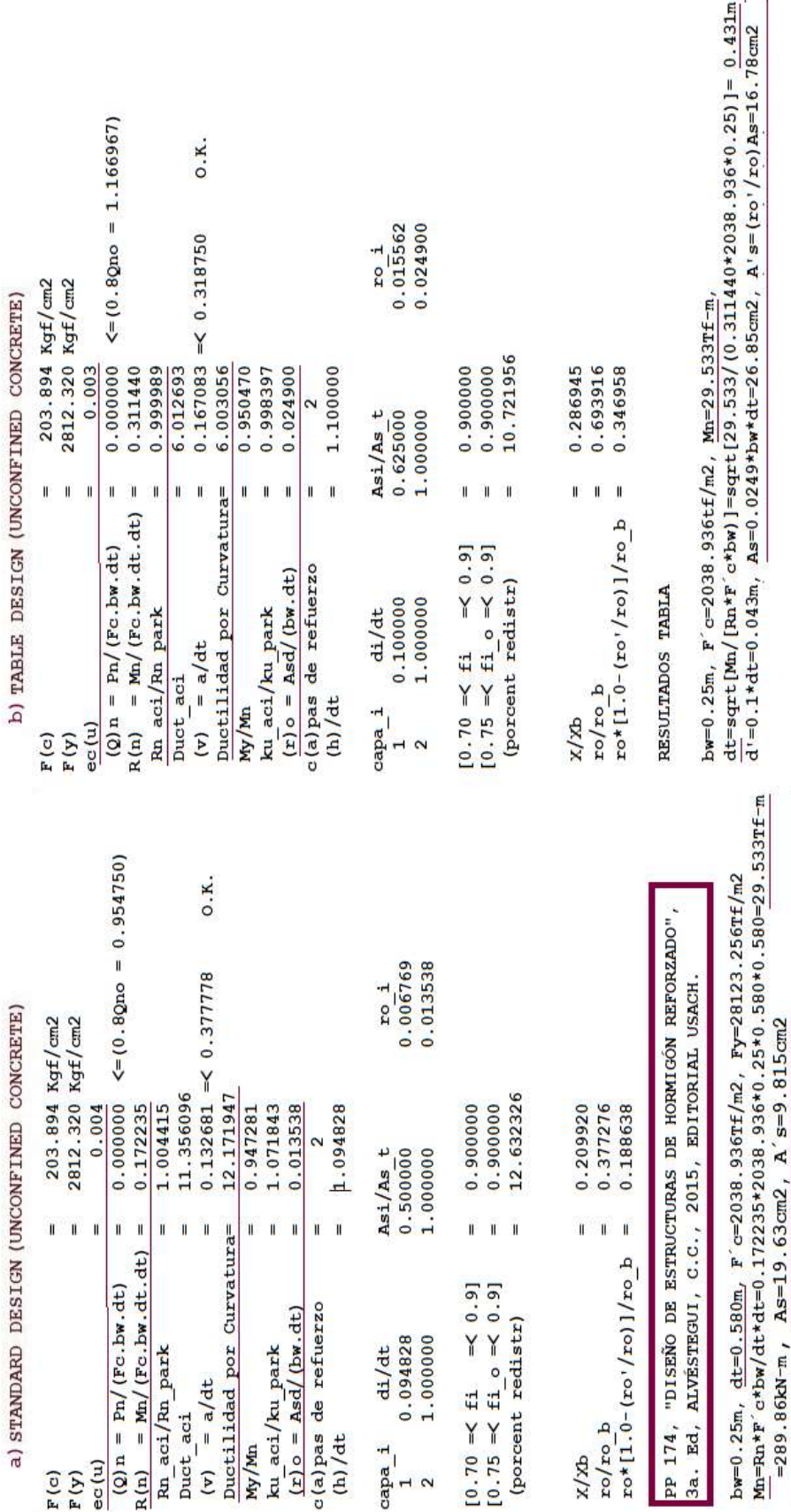


FIG. 9 EJEMPLO 7

PP 174, "DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN REFORZADO",
 3a. Ed, ALVÉSTEGUI, C.C., 2015, EDITORIAL USACH.

4. Análisis de Resultados

Ejemplo 1.

Tomado de [11]Wight J.K, “Reinforced Concrete. Mechanics and Design”, (7th ed.), Pearson, England. 2016, pp 246. Los Datos de Entrada y Análisis de Resultados se muestran en la Fig. 3.

En la Fig 3a) se observa el Diseño Estándar con $bw=12''$, $h=dt+d'=20''$, $\mu_\phi = 3.45$, $\rho'/\rho = 0.50$, $As=3.61in^2$, $A's=1.80in^2$ y en la Fig. 3b) se observa el Nuevo Diseño con las nuevas dimensiones de la sección con ayuda de la Tabla 3: $bw=12''$, $h=dt+d'=21.93''$, $\mu_\phi = 6$, con $\rho'/\rho = 0.625$, $As=2.39in^2$, $A's=1.49in^2$ con diferencia de $\Delta h=21.93''-20''=1.93''$, $\Delta As=2.39in^2-3.61in^2 = -1.22in^2$, $\Delta A's=1.49in^2-1.80in^2 = -0.31in^2$, disminuyendo la cantidad de acero notablemente y mejorando la ductilidad.

Ejemplo 2.

Tomado de Resultados del Programa de Computador DC-CAD para Edificio de 14 Pisos. Los Datos de Entrada y Análisis de Resultados se muestran en la Fig. 4.

En la Fig 4a) se observa el Diseño Estándar con $bw=0.10m$, $h=dt+d'=0.30m$, $\mu_\phi = 4.46$, $\rho'/\rho = 0.444$, $As=0.455in^2$, $A's=0.202in^2$ y en la Fig. 4b) se observa el Nuevo Diseño con las nuevas dimensiones de la sección con ayuda de la Tabla 3: $bw=0.10m$, $h=dt+d'=0.28m$, $\mu_\phi = 6$, con $\rho'/\rho = 0.625$, $As=0.448in^2$, $A's=0.280in^2$ con diferencia de $\Delta h=0.28m-0.30m=-0.02m$, $\Delta As=0.448in^2-0.455in^2 = -0.007in^2$, $\Delta A's=0.280in^2-0.202in^2 = +0.078in^2$, igualando la cantidad de acero y mejorando la ductilidad.

Ejemplo 3.

Tomado de Resultados del Programa de Computador DC-CAD para Edificio de 14 Pisos. Los Datos de Entrada y Análisis de Resultados se muestran en la Fig. 5.

En la Fig 5a) se observa el Diseño Estándar con $bw=0.40m$, $h=dt+d'=0.40m$, $\mu_\phi = 3.08$, $\rho'/\rho = 0.46$, $As=4.45in^2$, $A's=2.04in^2$ y en la Fig. 5b) se observa el Nuevo Diseño con las nuevas dimensiones de la sección con ayuda de la Tabla 3: $bw=0.40m$, $h=dt+d'=0.51m$, $\mu_\phi = 6$, con $\rho'/\rho = 0.625$, $As=3.21in^2$, $A's=2.0in^2$ con diferencia de $\Delta h=0.51m-0.40m=0.11m$, $\Delta As=3.21in^2-4.45in^2 = -1.24in^2$, $\Delta A's=2.0in^2-2.04in^2 = -0.02in^2$, disminuyendo la cantidad de acero notablemente y mejorando la ductilidad.

Ejemplo 4.

Tomado de [9]Park R, and Paulay T., “Reinforced Concrete Structures”, John Wiley & Sons, New York, 1975, pp 87. Los Datos de Entrada y Análisis de Resultados se muestran en la Fig. 6.

En la Fig 6a) se observa el Diseño Estándar con $bw=11''$, $h=dt+d'=22.5''$, $\mu_\phi = 1.0$, $\rho'/\rho = 0.522$, $As=8.57in^2$, $A's=4.46in^2$ y en la Fig. 6b) se observa el Nuevo Diseño con las nuevas dimensiones de la sección con ayuda de la Tabla 3: $bw=11''$, $h=dt+d'=26.46''$, $\mu_\phi = 6$, con $\rho'/\rho = 0.625$, $As=6.79in^2$, $A's=4.24in^2$ con diferencia de $\Delta h=26.46''-22.5''=3.96''$, $\Delta As=6.79in^2-8.57in^2 = -1.78in^2$, $\Delta A's=4.24in^2-4.46in^2 = -0.22in^2$, disminuyendo la cantidad de acero notablemente y mejorando la ductilidad.

Ejemplo 5.

Tomado de [4]Ferguson P. M, “Reinforced Concrete Fundamentals”, (2nd ed.), John Wiley & Sons, New York, 1965, pp 63. Los Datos de Entrada y Análisis de Resultados se muestran en la Fig. 7.

En la Fig 7a) se observa el Diseño Estándar con $bw=11''$, $h=dt+d'=22.0''$, $\mu_\phi = 1.0$, $\rho'/\rho = 0.400$, $As=7.80in^2$, $A's=3.12in^2$ y en la Fig. 7b) se observa el Nuevo Diseño con las nuevas dimensiones de la sección con ayuda de la Tabla 3: $bw=11''$, $h=dt+d'=25.16''$, $\mu_\phi = 6$, con $\rho'/\rho = 0.625$, $As=6.46in^2$, $A's=4.04in^2$ con diferencia de $\Delta h=25.16''-22.0''=3.16''$, $\Delta As=6.46in^2-7.80in^2 = -1.34in^2$, $\Delta A's=4.04in^2-3.12in^2 = +0.92in^2$, disminuyendo la cantidad de acero notablemente y mejorando la ductilidad.

Ejemplo 6 (en tres partes).

Tomado de [3]Chu-Kia Wang, Charles G. Salmon, José A. Pincheira and Gustavo J. Parra-Montesinos, “Reinforced Concrete Design”, (8th ed.), Oxford University Press, New York, 2018, example 3.11.1, pp 80. Los Datos de Entrada y Análisis de Resultados se muestran en la Fig. 8.

Parte 1-En la Fig 8a) se observa el Diseño Estándar con $b_w=14''$, $h=dt+d'=29.0''$, $\mu_\phi=3.82$, $\rho'/\rho=0.693$, $A_s=8.99in^2$, $A's=6.23in^2$ y en la Fig. 8b) se observa el Nuevo Diseño con los nuevas dimensiones de la sección con ayuda de la Tabla 3: $b_w=14''$, $h=dt+d'=37.32''$, $\mu_\phi=6$, con $\rho'/\rho=0.625$, $A_s=6.69in^2$, $A's=4.18in^2$ con diferencia de $\Delta h=37.32''-29.0''=8.32''$, $\Delta A_s=6.69in^2-8.99in^2=-2.30in^2$, $\Delta A's=4.18in^2-6.23in^2=-2.05in^2$, disminuyendo la cantidad de acero notablemente y mejorando la ductilidad para la primera parte del ejemplo.

Parte 2-En la Fig 8a) se observa el Diseño Estándar con $b_w=14''$, $h=dt+d'=29.0''$, $\mu_\phi=1.83$, $\rho'/\rho=0.0666$, $A_s=9.73in^2$, $A's=0.64in^2$ y en la Fig. 8b) se observa el Nuevo Diseño con los nuevas dimensiones de la sección con ayuda de la Tabla 3: $b_w=14''$, $h=dt+d'=37.32''$, $\mu_\phi=6$, con $\rho'/\rho=0.625$, $A_s=6.69in^2$, $A's=4.18in^2$ con diferencia de $\Delta h=37.32''-29.0''=8.32''$, $\Delta A_s=6.69in^2-9.73in^2=-3.04in^2$, $\Delta A's=4.18in^2-0.64in^2=+3.54in^2$, aumentando la cantidad de acero notablemente y mejorando la ductilidad para la segunda parte del ejemplo.

Parte 3-En la Fig 8a) se observa el Diseño Estándar con $b_w=14''$, $h=dt+d'=29.0''$, $\mu_\phi=4.07$, $\rho'/\rho=0.781$, $A_s=8.97in^2$, $A's=7.01in^2$ y en la Fig. 8b) se observa el Nuevo Diseño con los nuevas dimensiones de la sección con ayuda de la Tabla 3: $b_w=14''$, $h=dt+d'=37.32''$, $\mu_\phi=6$, con $\rho'/\rho=0.625$, $A_s=6.69in^2$, $A's=4.18in^2$ con diferencia de $\Delta h=37.32''-29.0''=8.32''$, $\Delta A_s=6.69in^2-8.97in^2=-2.28in^2$, $\Delta A's=4.18in^2-7.01in^2=-2.83in^2$, disminuyendo la cantidad de acero notablemente y mejorando la ductilidad para la tercera parte del ejemplo.

Ejemplo 7.

Tomado de [1]Alvéstegui, C. C., “Diseño de Estructuras de Hormigón Reforzado”, (3 ed.), Editorial USACH, 2015, pp 174. Los Datos Entrada y Análisis de Resultados se muestran en la Fig. 9.

En la Fig 9a) se observa el Diseño Estándar con $b_w=0.25m$, $h=dt+d'=0.635$, $\mu_\phi=12.17$, $\rho'/\rho=0.500$, $A_s=19.63cm^2$, $A's=9.815cm^2$, $F_y=28123.25Tf/m^2$ y en la Fig. 9b) se observa el Nuevo Diseño con los nuevas dimensiones de la sección con ayuda de la Tabla 3: $b_w=0.25m$, $h=dt+d'=0.474m$, $\mu_\phi=6$, con $\rho'/\rho=0.625$, $A_s=26.85cm^2$, $A's=16.78cm^2$ con diferencia de $\Delta h=0.474-0.635=-0.161m$, $\Delta A_s=26.85-19.63=7.22cm^2$, $\Delta A's=16.78-9.815=+6.96cm^2$, aumentando la cantidad de acero notablemente y bajando la ductilidad

5. Conclusiones

La ductilidad de vigas de concreto reforzado puede ser fácilmente obtenida con la ayuda de la Tabla 3 usando la teoría de la relación momento curvatura de los autores Park and Ruitong[10] pp 224. Cómo era de esperarse el factor de ductilidad por curvatura μ_ϕ es incrementado si la cuantía ρ del refuerzo a tracción es disminuída y la cuantía ρ' del refuerzo a compresión es aumentada. Para asegurar un adecuado factor de ductilidad por curvatura $\mu_\phi=6$ con $\epsilon_{cu}=0.003$, $\rho'/\rho=0.625$, $h/dt=1.10$, $d'/dt=0.10$, $F_y=60Ksi$, con la ayuda de los valores de $R_n(adim)$ de la Tabla 3 es posible mejorar el diseño actual o estándar de vigas de concreto doble refuerzo para la combinación de carga más desfavorable obteniéndose las nuevas dimensiones y cuantías definitivas de la viga en sólo dos pasos (forma rápida) como se demuestra en los ejemplos extraídos de la literatura existente.

6. Agradecimientos

El autor agradece a Lucía Arango Cardona y Asociados por asignar el personal necesario para realizar este proyecto de investigación.

7. Referencias

- [1] Alvéstegui, C. C., “Diseño de Estructuras de Hormigón Reforzado”, (3 ed.), Editorial USACH, 2015, pp 174
- [2] Chen C. C. and Hsu S. M., “Formulas for Curvature Ductility Design of Doubly Reinforced Concrete Beams”, Journal of Mechanics, Vol 20 No. 4, December 2004, pp257-265
- [3] Chu-Kia Wang, Charles G. Salmon, José A. Pincheira and Gustavo J. Parra-Montesinos, “Reinforced Concrete Design”, (8th ed.), Oxford University Press, New York, 2018
- [4] Ferguson P. M., “Reinforced Concrete Fundamentals”, (2nd ed.), John Wiley & Sons, New York, 1965, pp 63
- [5] Molano Toro J. C., “Diseño Dúctil de Secciones Rectangulares de Hormigón Reforzado”, X Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural, Porto Alegre, Brasil, 1993.

- [6] Molano Toro J. C., “Curvature Ductility of Reinforced Concrete Beams under Low and High Strain Rates”, *ACI Structural Journal*, Vol 93(4), July-August 1996, pp 496-498.
- [7] Molano Toro J. C., “Coeficientes para el Cálculo de Vigas Rectangulares de Hormigón Doblemente Reforzadas según ACI 318-95”, *Colección Universidad de Medellín*, No. 28, 1997, 66 páginas.
- [8] Molano Toro J. C., “Design of Reinforced Concrete Flexural Sections by Unified Design Approach”, *ACI Structural Journal*, Vol 96(4), July-August 1999, pp 661.
- [9] Park R, and Paulay T., “Reinforced Concrete Structures”, John Wiley & Sons, New York, 1975, pp 87.
- [10] Park R, and Ruitong D., “Ductility of Doubly Reinforced Concrete Beam Sections”, *ACI Structural Journal*, Vol 85(2), March-Abril 1988, pp 217-225.
- [11] Wight J.K, “Reinforced Concrete. Mechanics and Design”, (7th ed.), Pearson, England. 2016, pp 246.