### PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

### ESCUELA DE POSGRADO



### Ensayo de Análisis Modal Operacional en la Tribuna

### Oriente del Estadio Huancayo

Tesis Para Optar el Grado Académico de Magíster en Ingeniería Civil

AUTOR

Jose Antonio Bada Castillo

#### ASESOR

Luis Antonio Zegarra Ciquero

Octubre, 2020

### Resumen

Los estadios deportivos son estructuras sometidas a cargas dinámicas producidas por el salto rítmico de los espectadores. Estas cargas pueden ocasionar vibraciones inadmisibles para el confort humano y fallas estructurales por resonancia. La resonancia es un fenómeno que ocurre cuando la frecuencia de la carga aplicada es igual a la frecuencia natural de la estructura (Clough y Penzien, 2003). Un caso práctico donde se detectaron vibraciones y fisuras es la tribuna Oriente del Estadio Huancayo. Es más, el aforo de esta tribuna fue reducida debido a la existencia de fisuras y problemas de inestabilidad (Chavez, 2011). Por ello, el presente trabajo tiene como objetivo la protección de tribunas de concreto armado ante vibraciones causadas por la actividad rítmica de los espectadores. Para lograr nuestro objetivo fue necesario estudiar el comportamiento dinámico de la tribuna, determinar el daño que las vibraciones podrían causar y proponer un reforzamiento que contribuya con el confort del público y con la seguridad estructural de la tribuna. Bajo estas circunstancias, se realizó un ensayo de Análisis Modal Operacional (OMA) con un sismómetro que registró señales dentro de una banda de frecuencias entre 0.20 y 40 Hz y una frecuencia de muestreo de 200 Hz. Estos registros fueron procesados para conocer la frecuencia fundamental de 4.45 Hz en la tribuna y la frecuencia fundamental del suelo que se encuentra entre 0.60 y 2.00 Hz. Con estos resultados se implementó y validó el modelo numérico de Elementos Finitos (FEM) de la tribuna y se evaluó su comportamiento debido al salto rítmico de los espectadores con una frecuencia excitadora de 3.50 Hz. Por consiguiente, se planteó el reforzamiento estructural de la tribuna Oriente del Estadio Huancayo.

### Abstract

Sports stadiums are structures subjected to dynamic loads produced by the synchronized jumping of spectators. These loads can cause inadmissible vibrations for human comfort and structural failure due to resonance. Resonance is a phenomenon that occurs when the frequency of the applied load is equal to the natural frequency of the structure (Clough and Penzien, 2003). A practical case where vibrations and cracks were detected is the East grandstand of the Huancayo Stadium. Furthermore, the capacity of this grandstand was reduced due to the existence of cracks and instability problems (Chavez, 2011). Therefore, the present work aims to protect reinforced concrete grandstands against vibrations caused by jumping by spectators. To reach our objective, it was necessary to study the dynamic behavior of the grandstand, determine the damage that vibrations could cause and propose a reinforcement that contributes to the comfort of the public and the structural safety of the grandstands. Under these circumstances, an Operational Modal Analysis (OMA) test was carried out with a seismometer that recorded signals within a frequency band between 0.20 and 40 Hz and a sampling frequency of 200 Hz. These records were processed to know the fundamental frequency of 4.45 Hz in the grandstand and the fundamental frequency of the ground that is between 0.60 and 2.00 Hz. With these results, the numerical model of Finite Elements (FEM) of the grandstand was implemented and validated and its behavior was evaluated due to the synchronized jump of the spectators with an exciting frequency of 3.50 Hz. Consequently, the structural reinforcement of the East grandstand of the Huancayo Stadium was proposed.

### Agradecimientos

Me gustaría expresar mi gratitud a las siguientes personas que contribuyeron en diferentes etapas del presente trabajo de investigación:

- A mi asesor, Mg. Luis Zegarra Ciquero, por su tiempo, orientación, enseñanzas y conocimientos aportados en la presente investigación y en mi vida profesional.
- Dr. Hernando Tavera, por su asesoramiento en la adquisición y procesado de datos. Por su ayuda en la interpretación de resultados y poner a mi alcance las herramientas necesarias para la realización del ensayo ambiental.
- Dr. Rafael Aguilar Vélez, por su asesoramiento y orientación. Por enseñarme la importancia de los pequeños detalles para redactar una buena investigación.
- Dr. Marcial Blondet, por su asesoramiento en la elaboración del plan de tesis y en el inicio de la presente investigación.
- ARTeMIS Modal, por la licencia con fines académicos y el soporte técnico para el correcto uso del programa e interpretación de datos.
- A todos mis profesores de la Pontificia Universidad Católica del Perú, por todas las enseñanzas académicas en la Escuela de Posgrado.

Por último, quiero agradecer de manera especial a mi esposa Gretty, a mis padres Lucy y Walter y a mi hermana Rossmery. Son ellos quienes me motivan para ser mejor cada día en todas las áreas de mi vida.

### ÍNDICE

CAPÍ	FULO 1. Introducción	1
1.1	Motivación	2
1.2	Hipótesis	. 4
1.3	Objetivos	4
1.4	Metodología y Organización	5
CAPÍ	ГULO 2. Revisión del Estado del Arte	7
2.1	Introducción	. 8
2.2	Monitoreo Dinámico en Tribunas de Estadios	9
2.3	Normativa de Referencia	26
2.4	Conclusiones	31
CAPÍ	FULO 3. Métodos Aplicados en la Tribuna Oriente	33
3.1	Introducción	34
3.2	Análisis Modal Operacional (OMA)	35
3.3	Método de Welch	36
3.4	Método del Cociente Espectral H/V	37
3.5	Método de la Infraestructura (Pais y Kausel, 1988)	38
3.6	Conclusiones	39
CAPÍ	<b>FULO 4. Estudio de Vibración Ambiental en la Tribuna Oriente</b>	40
4.1	Introducción	41
4.2	Descripción Estructural de la Tribuna Oriente	42
4.3	Inspección Visual de Anomalías	44
4.4	Adquisición y Procesado de Datos	47
4.5	Resultados	50
4.6	Conclusiones	56
CAPÍ	<b>TULO 5. Implementación del Modelo Numérico</b>	57
5.1	Introducción	58
5.2	Implementación del modelo Numérico de la Tribuna Oriente	59
5.3	Validación del Modelo Numérico de la Tribuna Oriente	61
5.4	Conclusiones	62

CAPÍ	TULO 6. Evaluación y Reforzamiento Estructural	63
6.1	Introducción	64
6.2	Evaluación Estructural de la Tribuna Oriente	64
6.3	Reforzamiento Estructural de la Tribuna Oriente	71
6.4	Conclusiones	75
CAPÍ	<b>FULO 7. Conclusiones y Recomendaciones</b>	76
7.1	Conclusiones	77
7.2	Recomendaciones	78
Refere	ncias Bibliográficas	79



# Glosario

ABNT	Asociación Brasilera de Normas Técnicas
ASCE	Sociedad Estadounidense de Ingenieros Civiles
CTE	Código Técnico de la Edificación
DBSE	Documento Básico Seguridad Estructural
EHE	Instrucción de Hormigón Estructural
EMA	Análisis Modal Experimental
EMS	Estudio de Mecánica de Suelos
EVD	Descomposición por Valores Propios
FEM	Modelo de Elementos Finitos
FFT	Transformada Rápida de Fourier
ISO	Organización Internacional de Normalización
ISS	Interacción Suelo Estructura
LS	Ajuste por Mínimos Cuadrados
MAC	Criterio de Garantía Modal
NBR	Norma Brasilera
NIST	Instituto Nacional de Normas y Tecnología
OMA	Análisis Modal Operacional
PSD	Densidad Espectral de Potencia
QR	Descomposición Ortogonal
REF	Modelo Numérico Reforzado
RNE	Reglamento Nacional de Edificaciones
SEI	Instituto de Ingeniería Estructural
SMH	Monitoreo de Salud Estructural
SSI	Técnica de Identificación Subespacial Estocástica
SVD	Descomposición de Valores Singulares
SVS	Soluciones de Vibración Estructural
WOSA	Método de promedio de segmento superpuesto ponderado

# Lista de Figuras

Figura 17. Tribunas del estadio de Valley Parade (P. Reynolds and Z. Ibrahim, 2001). Figura 18. Tribunas del estadio de Henryk Reyman (Piet Van Stallduinen, Wim Courage, Figura 19. Tribunas de los estadios brasileños: (a) Morumbi (b) Maracana (c) Ibirapuera Figura 20. Análisis en el dominio del tiempo: (a) tribuna Oriente del estadio y (b) registro de señales de vibración ambiental en la estructura y en el suelo donde se apoya la tribuna Figura 21. Análisis en el dominio de la frecuencia: (a) MEF de la estructura (b) espectros de frecuencia de la estructura (método de Welch) y del suelo de soporte (método del Figura 22. Clasificación de los Métodos más utilizados para la identificación modal de Figura 23. Tribunas del estadio Huancayo: (a) tribuna Oriente con presencia de fisuras e Figura 24. Tribuna Oriente: (a) Vista frontal de los cinco bloques que conforman la tribuna Oriente en los dos niveles, (b) Vista posterior del pórtico longitudinal y (c) Vista interior de los pórticos transversales donde se apoyan las graderías de la tribuna. ..... 42 Figura 25. Pórtico transversal de concreto armado y graderías conformadas de viguetas y Figura 26. Asentamiento diferencial: (a) tribuna Oriente construida sobre un relleno y (b) asentamiento diferencial del piso debido a procesos de debilitamiento del relleno sobre Figura 27. Fisuras en los nudos viga-columna: (a) pórticos exteriores y (b) pórticos Figura 28. Humedad en las graderías del segundo nivel: (a) desprendimiento del concreto Figura 29. Deficiente sellado de juntas: (a) juntas de separación en las graderías del Figura 30. Fisuras en columnas: (a) eje posterior de la tribuna Oriente y (b) fisuras Figura 31. Ubicación del bloque central de la tribuna Oriente del estadio Huancayo. 47

Figura 32. Ubicación de los puntos de medición de vibraciones ambientales en el bloque
central de la tribuna y en la superficie planta del suelo a 50 metros de distancia 47
Figura 33. Equipos utilizados en el ensayo: (a) sismómetro, (b) registrador y (c) un
ordenador portátil
Figura 34. Ubicación geográfica de la tribuna Oriente del estadio Huancayo (Google
Earth, 2020)
Figura 35. Ensayo de vibración ambiental: (a) Punto Es01, (b) Punto Es02, (c) Punto Es03
y (d) Punto Es04
Figura 36. Señal registrada en el punto Es01 (Gradería del primer nivel sobre relleno). 50
Figura 37. Espectro H/V obtenido para el punto Es01 (gradería del primer nivel sobre
relleno)
Figura 38. Señal registrada en el punto Es02 (vía de accesos sobre relleno debilitado). 52
Figura 39. Espectro H/V obtenido para el punto Es02 (vía de accesos sobre relleno
debilitado)
Figura 40. Señal registrada en el punto Es03 (voladizo de la gradería del segundo nivel).
Figura 41. Espectro de respuesta (Método de Welch, 1967) de la gradería del segundo
nivel, en sus tres componentes (Z, N, E)
Figura 42. Espectro de respuesta (Método SSI, 1996) de la gradería del segundo nivel, en
sus tres componentes (Z, N, E)
Figura 43. Señal registrada en el punto Es04 (suelo de referencia a 50 metro de la tribuna).
Figura 44. Espectro H/V obtenido para el punto Es04 (suelo de referencia a 50 metro de
la tribuna)
Figura 45. Modelo numérico de la tribuna Oriente del Estadio Huancayo implementado
en el Etabs
Figura 46. Implementación del FEM con ISS: (a) esquema de las condiciones de apoyo
de la estructura con ISS y (b) Modelo numérico con las rigideces y amortiguaciones
estimadas con las ecuaciones de Pais y Kausel (1988) 60
Figura 47. Análisis de Vibraciones en la tribuna Oriente del estadio Huancayo 65
Figura 48. Modos de Vibración de la tribuna Oriente del estadio Huancayo sin
espectadores
Figura 49. Desplazamientos modales de la tribuna: (a) sin espectadores y (b) con
espectadores

# Lista de Tablas

Tabla 1. Resultados de las frecuencias naturales (f) de la tribuna del estadio Swiss Krono
Arena
Tabla 2. Resultados de las frecuencias naturales ( $f$ ) de la tribuna del estadio Vallecas. 11
Tabla 3. Resultados de las frecuencias naturales (f) de la tribuna del estadio de Letna
(EMA 1) y del estadio Eden (EMA 2) 12
Tabla 4. Resultados de las frecuencias naturales (f) de la tribuna G4 del estadio Nacional
de Brasilia
Tabla 5. Resultados de las frecuencias naturales (f) de la tribuna del estadio Olímpico
Pascual Guerrero
Tabla 6. Resultados de las frecuencias naturales ( $f$ ) de la tribuna del estadio Vistula. 15
Tabla 7. Resultados de las frecuencias naturales (f) de la tribuna del estadio Olímpico
Nilton Santos 16 Tabla 8. Resultados de las frecuencias naturales $(f)$ de la tribuna del
estadio Beach Volleyball Arena
Tabla 9. Resultados de las frecuencias naturales $(f)$ de la tribuna del estadio de la
Universidad de Florida
Tabla 10. Resultados de las frecuencias naturales $(f)$ de la tribuna del estadio de Valley
Parade
Tabla 11. Resultados de las frecuencias naturales (f) del estadio Kingston
Tabla 12. Frecuencias naturales del estadio Meazza. 20
Tabla 13. Resultados de las frecuencias naturales $(f)$ de la tribuna oeste del estadio City
of Manchester
Tabla 14. Resultados de las frecuencias naturales $(f)$ de la tribuna del estadio de Valley
Parade
Tabla 15. Resultados de las frecuencias naturales $(f)$ de la tribuna del estadio Feyenoord.
Tabla 16. Resultados de las frecuencias naturales (f) del estadio Morumbi. 24
Tabla 17. Resultados de las frecuencias naturales (f) del estadio Macracana
Tabla 18. Resultados de las frecuencias naturales (f) del estadio Ibirapuera.25
Tabla 19. Resultados de las frecuencias naturales (f) del estadio Castelao. 25
Tabla 20. Ejemplos de parámetros de diseño para actividades coordinadas en ubicación
estacionaria (Adaptado de la tabla A.1 del ISO 10137:2007)

Tabla 21. Exigencias para estructuras susceptibles de experimentar vibraciones por
movimientos rítmicos de personas (Adaptado de la tabla 51.2.a del EHE-08)
Tabla 22. Frecuencia crítica para algunos casos especiales de estructuras sometidas a
vibraciones por la acción de las personas (Adaptado de la tabla 23.1 del ABNT NBR
6118)
Tabla 23. Resultados de las frecuencias naturales del suelo. 56
Tabla 24. Resultados de las frecuencias naturales de la tribuna.56
Tabla 25. Rigideces dinámicas según Pais y Kausel (1988).61
Tabla 26. Comparación de las frecuencias naturales obtenidos con OMA y FEM 62
Tabla 27. Comportamiento modal de la tribuna sin espectadores. 67
Tabla 28. Comportamiento modal de la tribuna con espectadores (500 kg/m2) 67
Tabla 29. Análisis comparativo de frecuencias naturales del modelo FEM y modelo REF.
74



# CAPÍTULO 1

## Introducción

#### 1.1 Motivación

En la ciudad de Huancayo, departamento de Junín, Perú, se ubica el recinto deportivo denominado en sus inicios "Estadio IV Centenario", el mismo que fue cambiado de nombre en el año 2010 por "Estadio Huancayo", este cambio se dio debido a la incursión del fútbol profesional en dicha ciudad. La capacidad del "Estadio Huancayo" es de 17,000 espectadores, la tribuna Occidente alberga a 10,000 espectadores y la tribuna Oriente a 7,000 espectadores. En la actualidad el estadio Huancayo no cuenta con tribunas Norte y Sur.

La tribuna Oriente fue construida en el año 1986 sobre un suelo flexible compuesto por una capa de relleno en la superficie. Esta tribuna está compuesta por dos niveles de graderías y cinco bloques o edificios independientes (Figura 1a). Asimismo, las graderías del primer nivel son estructuras de concreto ciclópeo que descansan sobre el talud del relleno superficial; sin embargo, las graderías del segundo nivel son estructuras de concreto armado que descansan sobre pórticos estructurales con cimentaciones superficiales. Por otra parte, las juntas de separación sísmica que separan los cinco bloques que conforman la tribuna Oriente se encuentran abiertas; en consecuencia, el agua proveniente de las constantes lluvias en la zona debilita el relleno sobre el cual se construyó la tribuna Oriente (Figura 1b).



*Figura 1*. Tribuna Oriente del Estadio Huancayo: (a) relleno superficial de 2.00 metros de altura y (b) junta de separación abierta en la gradería del primer nivel.

En el año 2011, el Gobierno Regional de Junín elaboró un informe de evaluación y reforzamiento estructural de la tribuna Oriente debido a la existencia de fisuras y la inestabilidad del sistema estructural (Chavez, 2011). Tres años después, el aforo de esta tribuna fue reducido de 7,000 a 5,700 espectadores por recomendación de especialistas en la materia (Primicia, 2014).

La existencia de fisuras, hundimiento e inestabilidad de la tribuna Oriente alta, motivaron la realización de la presente tesis (Figura 2). Es posible que estas fallas tengan relación con las cargas dinámicas debido al salto rítmico de los espectadores y pueden causar fallas estructurales hasta el colapso total de las tribunas. Por ello, la presente investigación describe el ensayo de Análisis Modal Operacional (OMA) realizado en la mencionada tribuna para identificar las frecuencias naturales de la estructura. El ensayo OMA es un método no destructivo de vibración ambiental usado para identificar los parámetros modales de una estructura (Grębowski et al., 2019). Con los resultados obtenidos se evaluará el comportamiento dinámico de la tribuna Oriente y planteará soluciones para evitar posibles fallas estructurales.



*Figura 2*. Anomalías en las estructuras de la tribuna Oriente del estadio Huancayo: (a) hundimiento en pisos y (b) fisuras horizontales en columnas.

#### 1.2 Hipótesis

Es posible implementar un modelo numérico de elementos finitos (FEM) en su rango lineal basado en ensayos OMA con el uso de sismómetros de 3 componentes ortogonales entre sí, para la identificación de las frecuencias de resonancia de la estructura y modificación estructural evitando fallas debido a vibraciones excesivas (He & Fu ,2001). Asimismo, es suficientemente preciso identificar aproximadamente cuáles serán los efectos de interacción para el primer modo fundamental, sin evaluar los efectos sobre todos los modos de respuesta (Jennings y Bielak, 1973).

#### 1.3 Objetivos

El objetivo general de la tesis es contribuir a la protección de tribunas de concreto armado ante vibraciones causadas por el público asistente.

Los objetivos específicos son:

- Identificar las frecuencias naturales de la estructura con ensayos de vibración ambiental OMA.
- Implementar un modelo numérico de elementos finitos (FEM) y validar las frecuencias naturales con los resultados obtenidos en los ensayos de vibración ambiental OMA.
- Evaluar el comportamiento dinámico de la tribuna Oriente y proponer soluciones que contribuyan con el confort del público y con la seguridad estructural de la tribuna Oriente del Estadio Huancayo.

#### 1.4 Metodología y Organización

La tesis está organizada en cuatro partes. La primera parte (Capítulo 1, 2 y 3) está orientada a las consideraciones generales del estadio, la revisión del estado del arte del análisis modal de tribunas de estadios y a los métodos aplicados en la tribuna Oriente del estadio Huancayo. La segunda parte (Capítulo 4 y 5) comprende el ensayo OMA en la tribuna Oriente del estadio Huancayo, la implementación y validación del FEM con los resultados del ensayo OMA. La tercera parte (Capítulo 6) presenta la evaluación del comportamiento dinámico y el reforzamiento para evitar posibles fallas estructurales. Finalmente, la cuarta parte (Capítulo 7) describe las principales conclusiones y recomendaciones para futuras líneas de investigaciones.

A continuación, se detalla la metodología planteada en cada una de las partes que comprende esta investigación:

#### Primera Parte (Capítulo 1, 2 y 3)

Se revisó el estado del arte del comportamiento dinámico de tribunas de estadios a nivel mundial, mediante ensayos de Análisis Modal Operacional (OMA) y ensayos de Análisis Modal Experimental (EMA). Primero, se recopiló información basada en la instrumentación, técnicas, metodologías y herramientas informáticas usados para identificar los parámetros modales de una estructura. Después, se revisaron las normas internacionales que consideran el análisis de vibraciones en estructuras susceptibles de experimentar vibraciones por movimientos rítmicos de personas. Así mismo, se recopiló las principales metodologías y técnicas de caracterización de efectos de sitio, interacción dinámica suelo-estructura (ISS) y ensayo OMA que se usaron en la presente investigación.

#### Segunda parte (Capítulo 4 y 5)

La segunda parte comprende el ensayo OMA realizado en la tribuna Oriente del estadio Huancayo. En principio, se realizó la visita al estadio Huancayo a fin de identificar la geometría, propiedades mecánicas, anomalías y condiciones del suelo donde se apoya la tribuna Oriente. A continuación, se identificaron los puntos de medición donde se obtendrán los registros de vibración ambiental con el uso de un sismómetro de tres componentes ortogonales entre sí. Seguidamente, se tomaron datos de vibración ambiental en la tribuna Oriente y en el suelo donde se apoya la estructura. Luego, se realizó el procesado de los registros obtenidos en campo con la aplicación de las metodologías recopiladas en la primera parte. Por último, se implementó y validó el FEM con los resultados del ensayo OMA.

#### Tercera parte (Capítulo 6)

En la tercera parte se evaluó el comportamiento dinámico de la tribuna Oriente sometido al salto rítmico de los espectadores y se planteó un reforzamiento estructural para evitar posibles fallas estructurales. Es decir, el FEM implementado y validado en la segunda parte, se utilizó para el análisis de cargas por servicio de la estructura existente y para la implementación del modelo numérico de reforzamiento de la tribuna Oriente del estadio Huancayo.

#### Cuarta parte (Capítulo 7)

Por último, la cuarta parte de la investigación describe las principales conclusiones y recomendaciones para el desarrollo de futuros trabajos de investigaciones relacionados con los problemas de vibraciones en estructuras de concreto armado debido al movimiento sincronizado de personas.

# **CAPÍTULO 2** Revisión del Estado del Arte

#### Resumen:

En este capítulo se revisaron algunas investigaciones de análisis modal en tribunas de estadios deportivos a nivel mundial, mediante ensayos de vibración ambiental (OMA) y vibración forzada (EMA). Se recopiló información basada en la instrumentación, técnicas, metodologías y herramientas informáticas usados para identificar los parámetros modales de las tribunas estudiadas. También, se revisaron las normas que consideran el análisis de vibraciones en estructuras susceptibles de experimentar vibraciones por movimientos rítmicos de personas.

#### 2.1 Introducción

Las frecuencias naturales y los modos de vibración, son parámetros modales de una estructura que juegan un papel importante en el análisis de la respuesta dinámica en su rango lineal de comportamiento (Chopra, 1980). Estos parámetros se pueden estimar a partir del Análisis Modal Operacional (OMA) y Análisis Modal Experimental (EMA). Por un lado, el ensayo OMA (Figura 3 b) conocido también como análisis modal de solo salida, es una técnica que utiliza vibraciones ambientales como fuerza de excitación. Estas vibraciones ambientales pueden clasificarse en: fuentes naturales (corriente del viento, oleaje, cambios de presión atmosférica, tormentas, microsismos) y fuentes artificiales generadas por la actividad humana (Nakamura, 1989). Por otro lado, el ensayo EMA conocido como análisis modal de entrada-salida, es una técnica que utiliza mecanismos de excitación como los martillos de impacto, vibradores de masa o agitadores para obtener los parámetros modales (Sanchez et al., 2019). La Figura 3, muestra el esquema de las dos fuentes de excitación utilizadas en los ensayos OMA y EMA.



*Figura 3*. Esquema de fuentes de excitación en un pórtico típico de la tribuna Oriente del estadio Huancayo: (a) fuente de excitación forzada para ensayos EMA y (b) fuente de vibración ambiental para ensayos OMA.

#### 2.2 Monitoreo Dinámico en Tribunas de Estadios

Desde principios de la década de 1980, se utilizó el monitoreo dinámico en el estudio de evaluación de daños de estructuras de puentes. Según Farrar y Worden (2013), el tamaño físico de estas estructuras presenta muchos desafíos prácticos para el Monitoreo de Salud Estructural (SMH). Asimismo, las tribunas de los estadios deportivos son estructuras que requieren un nivel particular de atención para garantizar la seguridad humana debido a las tragedias ocurridas a causa de negligencia en la etapa de diseño estructural (Grębowski et al., 2019). Las tribunas son estructuras irregulares sometidas a cargas dinámicas debido al salto rítmico de los espectadores. Estas cargas pueden causar fallas estructurales por resonancia, cuando la frecuencia excitadora ( $\tilde{o}$ ) del salto de los espectadores es igual a la frecuencia natural (f) de la estructura. En la Figura 4, se ve el incremento y variación de la amplificación dinámica (D) con la relación de frecuencia ( $\beta$ ) y la razón de amortiguamiento ( $\xi$ ).



*Figura 4*. Variación del factor de amplificación dinámica con la relación de frecuencia y amortiguamiento (Clough y Penzien, 2003).

Por lo tanto, los monitoreos dinámicos permiten evaluar el comportamiento de las tribunas debido a la carga dinámica producida por el salto de los espectadores y prevenir fallas por resonancia. A continuación, veremos algunos casos de monitoreo dinámico en tribunas de estadios deportivos ubicados en diversas partes del mundo.

#### 2.2.1 Pruebas No Destructivas de una Tribuna deportiva bajo excitación sincronizada inducida por multitudes mediante análisis de vibraciones (K. Grebowski, M. Rucka and K. Wilde, 2019)

El estadio "Swiss Krono Arena" se ubica en la ciudad de Zielona Gora, Polonia. Las tribunas del estadio están compuestas por pórticos de concreto armado, techos de acero y graderías prefabricadas de concreto (Figura 5). Debido a los problemas de vibraciones en las tribunas del estadio, se realizaron dos ensayos EMA (Tabla 1), el primer ensayo se realizó con espectadores saltando y bailando. El segundo ensayo se realizó sin espectadores.



Figura 5. Tribunas del estadio Swiss Krono Arena (K. Grebowski, M. Rucka and K. Wilde 2019).

Mada	FEM	EMA 2				
widde	f (Hz)	f (Hz)	f (Hz)			
1	3.48	3.36	2.50			
2	3.90	3.92	4.50			
3	4.65	4.68	-			

Tabla 1. Resultados de las frecuencias naturales (f) de la tribuna del estadio Swiss Krono Arena.

El ensayo EMA 1 (sin espectadores) permitió identificar las frecuencias naturales de la estructura donde se identificaron problemas de vibraciones. En el ensayo EMA 2 (espectadores saltando y bailando) se identificó las frecuencias de excitación producidas por los espectadores. Con los resultados obtenidos se identificó que la frecuencia natural de 4.68 Hz coincide con la segunda armónica de la frecuencia de excitación producida por el salto y baile de los espectadores. Por lo tanto, las vibraciones causadas por la actividad rítmica de los espectadores, puede conducir a la fatiga del material y como resultado el colapso.

# 2.2.2 Propuesta de Metodología para el análisis de vibraciones en instalaciones deportivas. Aplicación a un caso real: Estadio Vallecas (V. Bustamante, 2018)

El estadio "Vallecas", se ubica en el distrito de Puente de Vallecas, en la ciudad de Madrid, España. Las tribunas del estadio están compuestas por pórticos de concreto armado y graderías de concreto prefabricado (Figura 6). Se realizó un estudio de vibraciones y tres modelos de elementos finitos (Tabla 2) con el fin de elaborar una propuesta metodológica para el análisis de vibraciones y medir el nivel de vibraciones en la tribuna Norte.



Figura 6. Tribunas del estadio Vallecas (V. Bustamante, 2018).

Mada	FEM 1	FEM 2	FEM 3	
WIGhe	f (Hz)	<i>f</i> (Hz)	f (Hz)	
1	7,85	7,32	7,03	
2	8,04	7,50	7,20	
3	8,21	7,66	7,35	
4	7,62	7,11	6,83	
5	8,48	7,90	7,60	

Tabla 2. Resultados de las frecuencias naturales (f) de la tribuna del estadio Vallecas.

Los modelos FE 1 (Peso propio + carga permanente), FE 2 (Peso propio + carga permanente + sobrecarga de uso = 150 kg/m2) y FE 3 (Peso propio + carga permanente + sobrecarga de uso = 250 kg/m2), permitieron identificar las frecuencias naturales de la estructura en función a la cantidad de espectadores que ocupan el estadio. En el ensayo de vibraciones se realizaron pruebas de carga estática y dinámica (mediciones de velocidades y aceleraciones) producidas por los espectadores. Los resultados señalan que las vibraciones en la tribuna Norte se clasifican como imperceptible y claramente perceptible; es decir, el comportamiento de la estructura en servicio es adecuado.

# 2.2.3 ¿En qué tribuna las Fans generan una mayor aceleración? (Martin Verner, 2018)

Los estadios "Eden" y "Letna" se ubican en el distrito de Praga, Ciudad de Varsovia en Polonia; las tribunas de ambos estadios están compuestas por pórticos de concreto armado y graderías de acero (Figura 7). Estas tribunas no contaban con problemas de vibraciones; sin embargo, se realizaron dos ensayos EMA (Tabla 3), para evaluar la intensidad de las vibraciones producidas por los espectadores "Ultras" en las tribunas de los dos estadios.



*Figura* 7. Tribunas ocupadas por los Espectadores "Ultra": (a) Estadio Eden y (b) Estadio Letna (Martin Verner, 2018).

Tabla 3. Resultados de las frecuencias naturales (f) de la tribuna del estadio de Letna (EMA 1) y del estadio Eden (EMA 2).

Mada	EMA 1	EMA 2
wroue	<i>f</i> (Hz)	f (Hz)
1	2,35	2,25
2	4,70	4,30

En los ensayos EMA 1 (espectadores "Ultra" en el estadio Letna) y EMA 2 (espectadores "Ultra" en el estadio Eden), se registraron frecuencias similares para la primera y segunda armónica en ambos estadios. Es decir, las frecuencias de excitación producidas por el comportamiento de los espectadores "Ultra" es similar. Por lo tanto, las frecuencias de excitación pueden variar en función a la actividad rítmica producidas por los espectadores (saltar, cantar o bailar). Sin embargo, la variación es imperceptible para determinar los efectos de resonancia en estructuras.

#### 2.2.4 Análisis Dinámico y Estudio de Confort Humano de las gradas del Estadio Nacional de Brasília (Danielle Campista y Guilherme Santos da Silva, 2015)

El "Estadio Nacional de Brasilia Mané Garrincha" es un estadio multiusos de Brasilia, capital de Brasil. Las tribunas del estadio están compuestas por pórticos y graderías de concreto armado (Figura 8). Se estudió las condiciones de confort para los usuarios ya que las excesivas vibraciones en las tribunas deportivas pueden generar malestar en los espectadores y fallas estructurales. Por ello, se realizaron 02 ensayos EMA (Tabla 4) en el sector 4G del estadio.



Figura 8. Estadio Nacional de Brasilia Mané Garrincha (D. Campista y G. Santos Da Silva 2015).

Mode	FEM	EMA 1	EMA 2	Mode	FEM	EMA 1	EMA 2
	<i>f</i> (Hz)	f (Hz)	f (Hz)		f (Hz)	f (Hz)	f (Hz)
1	0.96	2.44	2.44	8	5.69	-	-
2	2.27	5.00	5.00	9	5.73	-	-
3	2.45	7.45	5.49	10	6.88	-	-
4	2.81	10.00	7.45	11	7.00	-	-
5	5.09	-	-	12	7.18	-	-
6	5.50	-	-	13	7.34	-	-
7	5.55	-	-	14	7.60	-	-

Tabla 4. Resultados de las frecuencias naturales (f) de la tribuna G4 del estadio Nacional de Brasilia.

Los ensayos EMA 1 (modelo de carga 1) y EMA 2 (modelo de carga 2), registraron las frecuencias de excitación producidas por la actividad rítmica de los espectadores. Por lo tanto, el estadio puede presentar problemas de vibraciones excesivas debido a la frecuencia fundamental de la estructura de 0.96 Hz que se encuentra por debajo del establecido por la norma brasileña ABNT NBR 6118. La norma brasileña establece que la frecuencia natural de la estructura debe ser mayor a 1.2 veces la frecuencia crítica.

#### 2.2.5 Evaluación de la confiabilidad estructural de una tribuna sometida a cargas antrópicas (Diana C., Millán-Yusti, Johannio Marulanda and Peter Thomson, 2015)

El estadio "Olímpico Pascual Guerrero de Cali" se ubica en la ciudad de Cali, Colombia. Las tribunas del estadio están compuestas por una combinación de elementos estructurales de acero y concreto prefabricado (Figura 9). Las tribunas del estadio no contaban con problemas de vibraciones; sin embargo, la tribuna sur ha sido la gradería ocupada por los espectadores más ruidosos durante la temporada de futbol. Por ello, se realizaron dos ensayos EMA (Tabla 5) en la tribuna Sur del estadio.



*Figura 9.* Tribunas del estadio Olímpico Pascual Guerrero de Cali (Diana C., Millán-Yusti, Johannio Maruland and Peter Thomson, 2015).

Mada		FEM	EMA 1	EMA 2
	Ivioue	f (Hz)	f (Hz)	<i>f</i> (Hz)
	1	5.00	5.00	2.25
	2	8.40	8.40	4.45
	3	9.40	9.40	-

Tabla 5. Resultados de las frecuencias naturales (f) de la tribuna del estadio Olímpico Pascual Guerrero.

De acuerdo a los resultados obtenidos, es posible que los espectadores pueden producir vibraciones levemente incómodas de acuerdo a los límites de servicio por vibraciones recomendados en la norma ISO 2631-1, sobre todo en el voladizo inferior. Asimismo, los resultados indican que la estructura se encuentra dentro del rango de servicio definido en el Eurocódigo, concluyendo así que existe un riesgo mínimo.

# 2.2.6 Vibraciones de la estructura de la tribuna del Estadio Deportivo debido a las cargas de multitudes que saltan (Tadeuz Tatara, Bartosz Ptasznki, 2015)

El estadio "Vístula", ahora conocido como Estadio "Henryk Reyman" se ubica en la ciudad de Cracovia, Polonia. Las tribunas del estadio están compuestas por pórticos de acero, pórticos de concreto armado y graderías prefabricadas. (Figura 10). Debido a los problemas de vibración en la tribuna Norte del estadio se realizaron tres modelos de elementos finitos (Tabla 6) en base al proyecto de construcción con las propiedades reales de los materiales estructurales.



Figura 10. Tribuna Norte del estadio Henryk Reyman (Tadeuz Tatara, Bartosz Ptasznki, 2015).

Mada	FEM 1	FEM 2	FEM 3	
IVIUUE	f (Hz)	f (Hz)	f (Hz)	
1	3.18	3.24	3.24	
2	4.40	4.50	4.49	
3	5.33	5.40	5.41	

Tabla 6. Resultados de las frecuencias naturales (f) de la tribuna del estadio Vistula.

Como se resultados se tiene que la primera frecuencia del estadio de 3.24 Hz está cerca de la frecuencia máxima de la carga dinámica de 2.80 Hz. Asimismo, la segunda frecuencia natural del estadio de 4.50 Hz es casi dos veces mayor que la frecuencia de excitación producida por la danza denominada Labado. En consecuencia, la excitación dinámica provoca un aumento en la tensión de los elementos de 40%-66%. Por lo tanto, se recomienda diseñar estadios con frecuencias naturales de vibración mayores a 8 Hz para evitar vibraciones excesivas.

#### 2.2.7 Análisis Estructural de Previsión de Vibraciones en las Gradas del Estadio Olímpico Joao Havelange – Rio de Janeiro (Barbosa et al, 2008)

Los estadios, "Olímpico João Havelange" ahora conocido como Estadio "Olímpico Nilton Santos" (Figura 11a) y "Copacabana" también conocido como "Beach Volleyball Arena" (Figura 11b) están ubicados en la ciudad de Río de Janeiro, Brasil. Las tribunas del estadio Olímpico Nilton Santos están compuestas por pórticos de concreto armado y las tribunas del estadio Beach Volleyball Arena son de acero. Se realizaron dos ensayos EMA para conocer el comportamiento dinámico de las tribunas. Los resultados de los ensayos se muestran en las Tablas 7 y 8.



*Figura 11.* Tribunas de los estadios: (a) Olímpico Nilton Santos y (b) Beach Volleyball Arena (Claudius Barbosa et al, 2008).

Mada	FEM	EMA	
Mode	f (Hz)	f (Hz)	
1	7.00	6.90	-
2	7.20	7.30	
3	9.90	9.50	
4	10.50	10.30	

Tabla 7. Resultados de las frecuencias naturales (f) de la tribuna del estadio Olímpico Nilton Santos

Tabla 8. Resultados de las frecuencias naturales (f) de la tribuna del estadio Beach Volleyball Arena

Mode	FEM	EMA
	f (Hz)	<i>f</i> (Hz)
1	3.32	3.28
2	3.87	3.94
3	12.11	12.42

Los resultados obtenidos en los ensayos EMA son similares a los modelos FE en los estadios Olímpico Nilton Santos y Beach Volleyball Arena. Por lo tanto, se validaron los modelos de elementos finitos.

# 2.2.8 Monitoreo y evaluación estructural del desempeño del estadio de la Universidad del Centro de Florida (Necati Catbas et al, 2007)

El estadio de la Universidad del Centro de Florida está ubicado en la ciudad de Orlando, en el estado de Florida de los Estados Unidos. Las tribunas del estadio son estructuras de acero con asientos fijos (Figura 12). El ensayo EMA se realizó con la finalidad de analizar los efectos de vibración en las tribunas del estadio (antes, durante y después de un partido). Los resultados se muestran en la Tabla 9.



Figura 12. Tribunas del estadio de la Universidad del Centro de Florida (Necati Catbas et al, 2007).

Mada	FEM	EMA
wroue	f (Hz)	<i>f</i> (Hz)
1	2.59	2.45
2	4.12	4.89
3	8.06	7.49
4	10.85	12.73
5	11.66	12.92
6	14.85	13.08
7	16.28	14.61

Tabla 9. Resultados de las frecuencias naturales (f) de la tribuna del estadio de la Universidad de Florida.

Se validó el modelo de elementos finitos con las características dinámicas obtenidas en el ensayo EMA. Se utilizará el modelo de elementos finitos para evaluar cambios estructurales, como la modernización de secciones o el aumento de la capacidad de las tribunas del estadio.

# 2.2.9 Caracterización del Comportamiento Dinámico de la Tribuna Occidental del estadio Pascual Guerrero Durante un Concierto Musical (Albert R. Ortiz, Johannio Marulanda, Peter Thomson, 2007)

El estadio Olímpico Pascual Guerrero de Cali se ubica en la ciudad de Cali, Colombia. Las tribunas del estadio están compuestas por marcos de acero y graderías de hormigón (Figura 13). El ensayo OMA se realizó con el objetivo de identificar las frecuencias producidas por el público en diferentes géneros musicales (Salsa, Merengue, Vallenato y Reguetón). Los resultados de los ensayos se muestran en la Tabla 10.



Figura 13. Tribuna Sur del estadio Olímpico (Albert R. Ortiz, Johannio Marulanda, Peter Thomson, 2007).

Mada	OMA 1	OMA 2	OMA 3	OMA 4
wroue	f (Hz)	<i>f</i> (Hz)	f (Hz)	<i>f</i> (Hz)
1	1.20	2.00	1.5	
2	1.60	2.50	1.80	
3	3.30	4.00	3.60	
4		4.50		< 5.00

Tabla 10. Resultados de las frecuencias naturales (f) de la tribuna del estadio de Valley Parade.

Los resultados del ensayo OMA 1 (Salsa) permitieron identificar la primera frecuencia natural de la estructura. Asimismo, los resultados del ensayo OMA 2 (Merengue) presentaron concentraciones alrededor de los modos 1 y 2 y sus respectivos armónicos 3 y 4. También, los resultados del ensayo OMA 3 (Vallenato) se concentraron en los tres modos de vibrar. Por último, los resultados obtenidos en el ensayo OMA 4 (Reguetón) fueron muy dispersos. Estos resultados están relacionados con la actividad del público.

#### 2.2.10 Análisis dinámico experimental del estadio Kingston (P. Reynolds et al, 2007)

El estadio Kingston se ubica en la ciudad de Kingston, Inglaterra. Las tribunas del estadio están compuestas por pórticos de acero y graderías de concreto prefabricado (Figura 14) y fueron diseñadas para tener modos de vibración mayores a 6.00 Hz. Por ello, se realizaron ensayos EMA y OMA (Tabla 11) para verificar los resultados de diseño.



Figura 14. Tribunas del estadio Kingston: (a) Oeste y (b) Norte (P. Reynolds et al, 2007).

Mada	FEM	EMA 1	EMA 2	EMA 3	EMA 4	OMA 1
WIUUE	f (Hz)	f (Hz)	f (Hz)	f (Hz)	f (Hz)	f (Hz)
1		6.20	9.20	7.40	4.00	1.93
2		6.50	10.20	8.00	4.20	2.26
3		6.80	11.20	8.40	5.40	2.75
4		7.20	11.90	8.80	5.60	3.35
5		7.60	12.60	9.30	6.10	3.64
6	< 10.00	7.90	13.20	9.50	9.10	4.56

Tabla 11. Resultados de las frecuencias naturales (f) del estadio Kingston.

Los resultados de los ensayos EMA 1 (nivel superior tribuna Oeste), EMA 2 (nivel inferior tribuna Oeste) y EMA 3 (tribuna Este) son mayores a la frecuencia de diseño (6.00 Hz). Los resultados del ensayo EMA 4 (tribuna esquina Noroeste) son menores a la frecuencia de diseño debido al movimiento global de los soportes de esquinas. Los resultados del ensayo OMA 1 (tribuna Oeste) determinaron que, el modo 1 corresponde al techo de la tribuna y los modos 2, 3 y 4 corresponden a los modos de oscilación global de la tribuna. Por lo tanto, la diferencia de resultados se debe a la omisión de muro y elementos no estructurales en el análisis del diseño.

# 2.2.11 Comparación entre diferentes técnicas de análisis modal para identificación de parámetros modales (A. Caprioli, A. Cigada, M Vanali, 2004)

El estadio Giuseppe Meazza se ubicado en la ciudad de Milán, Italia. Las tribunas del estadio están conformadas por estructuras de concreto armado (Figura 15). El ensayo EMA se realizó debido a los problemas de vibraciones percibidas en las tribunas del estadio, relacionadas con los movimientos de las personas, durante conciertos y partidos de futbol. La Tabla 12, muestra los resultados obtenidos.



Figura 15. Tribunas del estadio Giuseppe Meazza (A. Caprioli, A. Cigada, M Vanali, 2004).

Mada	OMA 1	OMA 2	OMA 3
Ivioue	f (Hz)	f (Hz)	f (Hz)
1	2.20	2.20	2.20
2	4.40	5.00	
3			

Tabla 12. Frecuencias naturales del estadio Meazza.

Los resultados del ensayo OMA 1 (registrado en el suelo de apoyo), identifican una frecuencia predominante de 2.2 Hz junto con su segunda armónica (4.40 Hz). Asimismo, los resultados del ensayo OMA 2 (durante un partido de fútbol), identificaron un nivel alto de vibración en la componente vertical, en frecuencias alrededor de 2.20 Hz y 5.00 Hz. Finalmente, los resultados del ensayo OMA 3 (durante un concierto musical), también identificaron niveles altos de vibración en la frecuencia 2.20 Hz. Por lo tanto, se descartó la frecuencia de 2.2 Hz como una frecuencia natural de la estructura del estadio, debido al resultado del ensayo OMA 1 y otros realizados en la base de los edificios ubicados alrededor del estadio.

#### 2.2.12 Predicción y Medición de las propiedades dinámicas en el estadio Ciudad de Manchester (Paul Reynolds, Aleksandar Pavic y Michael Willford, 2005)

El estadio "Ciudad de Manchester" está ubicado en la ciudad de Manchester, Inglaterra. Las tribunas cuentan con pórticos de concreto armado y graderías de hormigón prefabricado (Figura 16). Las tribunas de este estadio no contaban con problemas de vibraciones; sin embargo, se realizaron ensayos OMA y EMA (Tabla 13) en la tribuna oeste del estadio Ciudad de Manchester, debido a los problemas de vibraciones en otros estadios.



Figura 16. Tribuna oeste del estadio Ciudad de Manchester (Reynolds et al., 2005).

Mada	FEM	OMA	EMA
Moue	f (Hz)	f (Hz)	f (Hz)
1	1.85	2.36	4.75
2	2.00	2.38	4.87
3	2.51	3.22	4.94
4	6.22	-	5.17
5	6.52	-	5.44
6	6.62	-	5.75
7	7.19	-	-
8	7.29		-

Tabla 13. Resultados de las frecuencias naturales (f) de la tribuna oeste del estadio City of Manchester.

No es posible correlacionar las frecuencias naturales debido a la diferencia significativa de resultados obtenidos en los ensayos OMA, EMA y en el modelo de elementos finitos. Las posibles causas son la omisión de elementos en el modelo matemático, la sobreestimación de rigidez en elementos con sección agrietada y el complejo comportamiento dinámico de la tribuna oeste del estadio.

# 2.2.13 Prueba modal del voladizo de una tribuna de un estadio (P. Reynolds and Z. Ibrahim, 2008)

El estadio de Valley Parade se ubica en la ciudad de Bradford, condado de West Yorkshire, Inglaterra. Las tribunas del estadio están compuestas por pórticos de acero y graderías de hormigón prefabricado (Figura 17). Fue construido bajo criterios modernos de diseño que hacen más ligeros y esbeltas las estructuras, con frecuencias naturales relativamente bajas. Por ello, se realizó un ensayo EMA en la grada superior de la tribuna Midland Road para obtener los parámetros modales (Tabla 14).



Figura 17. Tribunas del estadio de Valley Parade (P. Reynolds and Z. Ibrahim, 2008).

Mada	FEM	EMA
wioue	f (Hz)	f (Hz)
1	3.275	3.280
2	3.549	3.550
3	3.908	4.090
4	4.465	4.940
5	5.441	5.970
6	6.200	6.290

Tabla 14. Resultados de las frecuencias naturales (f) de la tribuna del estadio de Valley Parade.

En este trabajo se demostró que la prueba modal realizada con un agitador electrodinámico fue utilizada con éxito para estimar las propiedades modales de la tribuna. Asimismo, se consideró el Criterio de garantía modal (MAC) para el análisis de correlación.

#### 2.2.14 Cargas Dinámicas del Estadio Feyenoord durante conciertos de Pop (Piet Van Stallduinen, Wim Courage, 1994)

El estadio "Feyenoord", ahora conocido como Estadio "Henryk Reyman" se ubica en la ciudad de Rotterdam, Países Bajos. Las tribunas del estadio están compuestas por pórticos de acero y graderías prefabricadas de concreto (Figura 18). Las tribunas del estadio contaban con problemas de vibraciones percibidas cuando los espectadores celebran a sus equipos. Por ello, se realizaron ensayos EMA durante un concierto de música Pop. La Tabla 15, muestra los resultados del ensayo.



Figura 18. Tribunas del estadio de Henryk Reyman (Piet Van Stallduinen, Wim Courage, 2015).

Mada	FEM	EMA
Mode	<i>f</i> (Hz)	f (Hz)
1	2.30	2.00
2	4.50	4.00
3	5.80	-

Tabla 15. Resultados de las frecuencias naturales (f) de la tribuna del estadio Feyenoord.

El ensayo EMA 1 se realizó durante un concierto de música Pop en la tribuna alta del estadio, donde se calcularon la relación del desplazamiento en las frecuencias 2.00 y 4.00 Hz. Asimismo, debido al sonido que se propaga en función a la distancia, se identificó una especie de ola en la estructura. Por lo tanto, no fue posible reforzar la estructura debido al diseño específico del estadio y a limitaciones presupuestales. Sin embargo, se instaló un sistema de monitoreo para evaluar continuamente el comportamiento de la estructura. Además, el sistema permite reducir gradualmente el nivel de sonido durante conciertos, reduciendo la amplificación dinámica.
# 2.2.15 Modelamiento de la acción inducido por multitudes en el estadio brasileño de fútbol (Rodrigues, J. F. S.; Almeida, P. A. O, 1991)

Se realizaron ensayos EMA en los estadios de fútbol Morumbi, Maracaná, Ibirapuera y Castelao (Figura 19), siendo el estadio de Maracaná el más grande del Brasil. Estos ensayos se hicieron con la finalidad de evaluar el nivel de vibraciones inducidas por los espectadores. Las tribunas de los cuatro estadios están compuestas por marcos y graderías de hormigón. Las Tablas 16, 17, 18 y 19, muestran los resultados de los ensayos EMA en los estadios Morumbi, Maracaná, Ibirapuera y Castelao, respectivamente.



Figura 19. Tribunas de los estadios brasileños: (a) Morumbi (b) Maracana (c) Ibirapuera y (d) Castelao.

Mode	FEM	EMA
	<i>f</i> (Hz)	<i>f</i> (Hz)
1	2.18	2.17
2	2.20	2.23
3	2.24	2.24

Tabla 16.	Resultados	de las	frecuencias	naturales	(f)	del	estadio	Morumbi.

Mada	FEM	EMA
Ivioue	f (Hz)	f (Hz)
1	1.97	2.00
2	4.76	4.60
3	7.41	6.60

Tabla 17. Resultados de las frecuencias naturales (f) del estadio Macracana.

Tabla 18. Resultados de las frecuencias naturales (f) del estadio Ibirapuera.

Mode	FEM	EMA
	f (Hz)	<i>f</i> (Hz)
1	2.18	2.19
2	3.51	3.51
3	5.14	5.20

Tabla 19. Resultados de las frecuencias naturales (f) del estadio Castelao.

Mada	FEM	EMA	
Mode	<i>f</i> (Hz)	f (Hz)	
1	2.04	1.97	
2	2.16	2.14	
3	3.30	3.36	

Con los resultados obtenidos en los ensayos EMA, fue posible calibrar los modelos FE en los cuatro estadios de futbol brasileño (Morumbi, Maracaná, Ibirapuera y Castelao). Estos resultados demuestran la existencia de vibraciones debido al salto sincronizado de los espectadores en todos los estadios.

En las experiencias anteriores se identificaron los problemas de vibraciones excesivas que pueden causar los espectadores en las tribunas de los estadios, cuando son usados para conciertos o encuentros deportivos. Por ello, es recomendable diseñar tribunas deportivas considerando las vibraciones debido a la actividad rítmica de los espectadores. A continuación, se revisarán las normas internacionales que regulan el diseño de las estructuras debido a estado límite de vibraciones.

#### 2.3 Normativa de Referencia

En las investigaciones de monitoreo dinámico de los estadios estudiados en la sección anterior, se pudo identificar que el principal motivo para realizar estos ensayos son las vibraciones inducidas por actividades coordinadas por los espectadores. Estas vibraciones pueden causar fallas estructurales, cuando la frecuencia de la actividad rítmica es igual a la frecuencia natural de la estructura (Clough y Penzien, 2003). Por ello, el ISO 10137:2007 "Bases para el diseño de estructuras - Capacidad de servicio de edificios y pasarelas contra vibraciones", provee ejemplos de parámetros de diseño para actividades coordinadas en ubicación estacionaria (Tabla 20), considerando un rango común de frecuencia para la actividad de salto coordinado de 1.50 – 3.50 Hz.

	Common range of	Crowd density		Numerical coefficient		
Activity	forcing frequency, f Hz	Common value <sup>a</sup>	Maximum observed	α1	α2	α3
<b>Swaying</b> (horizontal load) areas with seats	0,5 to 1,5	one person per seat		0,25	0,5	-
areas without seats	0,5 to 1,5		6  persons per m <sup>2</sup>			
Vertical actions for seated audience	1,5 to 3,0	one person per seat		0,5	0,25	0,15
<b>Cordinated jumping</b> <sup>b</sup> (including jum dancing and rythmic excercises) areas without seats	1,5 - 3,5	1,25 m <sup>2</sup> per person	6 persons per m <sup>2</sup>	2,1 - 0,15(f)	1,9 - 0,17(2 <i>f</i> )	1,25 - 0,11(3 <i>f</i> )
areas whit seats	1,5 - 3,5	one person per seat				
<sup>a</sup> Density of participants	found in commonly en	countered con	ditions. For sp	pecial events, t	the density of pa	articipants can

Tabla 20. Ejemplos de parámetros de diseño para actividades coordinadas en ubicación estacionaria(Adaptado de la tabla A.1 del ISO 10137:2007).

be greater and, in any case, should be verified.

<sup>b</sup> As a fist approximation, the values of  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  and  $\alpha_3$  can be taken as constant values of 1,7, 1,0 and 0,4 respectively

Asimismo, existen normas de diseño estructural alrededor del mundo, que consideran los problemas de vibraciones en estructuras inducido por actividades coordinadas de personas. A continuación, se revisó algunas normas de diseño que servirán de referencia para el análisis de vibraciones en la tribuna Oriente del estadio Huancayo.

# 2.3.1 Cargas Mínimas de Diseño y Criterios Asociados para Edificios y Otras Estructuras (ASCE/SEI 7-16)

La Sociedad Estadounidense de Ingenieros Civiles (ASCE) y el Instituto de Ingeniería Estructural (SEI), desarrollaron el estándar de Cargas Mínimas de Diseño y Criterios Asociados para Edificios y Otras Estructuras (ASCE 7-16), que forma parte de los códigos de construcción de los Estados Unidos. El Apéndice CC de este estándar, considera que uno de los motivos por la cual la capacidad de servicio se ve disminuida son las vibraciones excesivas producidas por las actividades de los ocupantes del edificio. Asimismo, el artículo CC.2.3, Vibraciones, considera que las comprobaciones de deflexión estática no son suficientes para garantizar que no se produzcan vibraciones molestas en las estructuras. Por lo tanto, establece los siguientes parámetros para evitar resonancia:

> Muchas actividades humanas comunes imparten fuerzas dinámicas a un piso en frecuencias (o armónicos) en el rango de 2 a 6 Hz (Allen y Rainer 1976; Allen et al. 1985; Allen 1990a, b). Si la frecuencia fundamental de vibración del sistema de piso está en este rango y si la actividad es de naturaleza rítmica (por ejemplo, baile, ejercicio aeróbico o vítores en eventos de espectadores), puede ocurrir una amplificación resonante. Para evitar la resonancia de las actividades rítmicas, el sistema de piso debe estar sintonizado de manera que su frecuencia natural esté bien alejada de los armónicos de la frecuencia de excitación. Como regla general, la frecuencia natural de los elementos y conjuntos estructurales debe ser superior a 2,0 veces la frecuencia de cualquier excitación en estado estable a la que estén expuestos, a menos que se proporcione aislamiento de vibración. La amortiguación también es una forma eficaz de controlar las vibraciones molestas de los eventos transitorios porque los estudios han demostrado que los individuos son más tolerantes a las vibraciones que se amortiguan rápidamente que a las que persisten (Murray 1991).

#### 2.3.2 Código Técnico de la Edificación (CTE)

El CTE es el marco normativo que establece las exigencias que deben cumplir los edificios en relación con los requisitos básicos de seguridad y habitabilidad en España. Asimismo, el documento Básico "Seguridad Estructural" (DBSE) del CTE, tiene como objetivo asegurar el adecuado comportamiento estructural del edificio frente a las acciones e influencias previsibles. Asimismo, el artículo 4.3.4 del Capítulo 4 del DBSE, establece los siguientes parámetros con respecto a las vibraciones por efecto rítmico de las personas:

### 4.3.4 Vibraciones

1 Un edificio se comporta adecuadamente ante vibraciones debidas a acciones dinámicas, si la frecuencia de la acción dinámica (frecuencia de excitación) se aparta suficientemente de sus frecuencias propias.

2 En el cálculo de la frecuencia propia se tendrán en cuenta las posibles contribuciones de los cerramientos, separaciones, tabiquerías, revestimientos, solados y otros elementos constructivos, así como la influencia de la variación del módulo de elasticidad y, en el caso de los elementos de hormigón, la de la fisuración.

3 Si las vibraciones pueden producir el colapso de la estructura portante (por ejemplo debido a fenómenos de resonancia, o a la pérdida de la resistencia por fatiga) se tendrá en cuenta en la verificación de la capacidad portante, tal como se establece en el Documento Básico (DB) respectivo.

4 Se admite que una planta de piso susceptible de sufrir vibraciones por efecto rítmico de las personas, es suficientemente rígida, si la frecuencia propia es mayor de:

a) 8 Hz, en gimnasios y polideportivos;

*b)* 7*Hz en salas de fiesta y locales de pública concurrencia sin asientos fijos;* 

c) 3,4 Hz en locales de espectáculos con asientos fijos.

#### 2.3.3 Instrucción de Hormigón Estructural (EHE-08)

La norma EHE es el marco reglamentario por el que se establecen exigencias que deben cumplir las estructuras de hormigón para satisfacer los requisitos de seguridad estructural en las edificaciones de España. Asimismo, el artículo 51 de la norma EHE-08, establece los siguientes parámetros con respecto al estado límite de vibraciones y comportamiento dinámico de las estructuras:

#### Artículo 51. Estado Límite de Vibraciones

#### 51.1 Consideraciones Generales,

las vibraciones pueden afectar al comportamiento en servicio de las estructuras por razones funcionales. Las vibraciones pueden causar incomodidad en sus ocupantes o usuarios, pueden afectar el funcionamiento de equipos sensibles a este tipo de fenómenos, entre otros efectos.

#### **Comentarios**

las vibraciones en estructuras pueden ser causadas por diferentes acciones tales como: movimiento rítmico causado por gente caminando, corriendo, saltando o bailando. Las vibraciones que pueden producir el colapso de la estructura, grandes deformaciones debidas a resonancia o pérdida de resistencia debido a fatiga, deben ser tenidas en cuenta en la comprobación de los Estados Límite últimos de la estructura.

#### 51.2 Comportamiento Dinámico.

En general, para cumplir el Estado Límite de Vibraciones debe proyectarse la estructura para que las frecuencias naturales de vibración se aparten suficientemente de ciertos valores críticos.

#### **Comentarios**

Las variaciones en la rigidez o en el amortiguamiento debidas a la fisuración del hormigón influyen en la respuesta dinámica de las estructuras de hormigón y hacen difícil su caracterización. A falta de datos más precisos u otros criterios que puedan sugerir otras normas específicas, en la tabla 51.2.a se recogen las exigencias que deben satisfacerse en estructuras susceptibles de experimentar vibraciones por movimientos rítmicos de personas.

Tabla 21. Exigencias para estructuras susceptibles de experimentar vibraciones por movimientosrítmicos de personas (Adaptado de la tabla 51.2.a del EHE-08).

Estructura	Frecuencia [Hz]
Gimnasios o palacios de deporte	> 8,0
Salas de fiestas o conciertos sin asientos fijos	> 7,0
Salas de fiestas o conciertos con asientos fijos	> 3,4

#### 2.3.4 Estructuras de Concreto Armado - Procedimiento (ABNT NBR 6118)

Esta norma establece los requisitos básicos para el diseño de estructuras de concreto simple, armado y pretensado en las edificaciones de Brasil. Asimismo, el artículo 23.3 establece los siguientes parámetros con respecto al estado límite de vibraciones excesivas:

## 23.3 Estado límite de vibraciones excesivas

*El análisis de vibraciones se puede realizar en régimen lineal en el caso de las estructuras habituales.* 

Para asegurar el comportamiento satisfactorio de las estructuras sujetas a vibraciones, debe mantenerse lo más lejos posible la frecuencia de la estructura (f) de la frecuencia crítica (fcrit), que depende del destino del edificio respectivo.

$$f < 1, 2 f$$
crit

Cuando la acción crítica se origina en una máquina, la frecuencia crítica se convierte en la de funcionamiento de la máquina.

En este caso, puede que no sea suficiente separar las dos frecuencias, la adecuada y la crítica. Especialmente cuando la máquina está encendida, durante el proceso de aceleración, generalmente es necesario aumentar la masa o amortiguado de la estructura para absorber parte de la energía involucrada.

En casos especiales, en los que no se pueda cumplir con los requisitos anteriores, se debe realizar un análisis dinámico más preciso, como lo establecen las normas internacionales, mientras no exista una Norma Brasileña específica.

*En ausencia de valores determinados experimentalmente, los valores indicados en la tabla 23.1 pueden adoptarse para f*crit.

Tabla 22.Frecuencia crítica para algunos casos especiales de estructuras sometidas a vibraciones por la<br/>acción de las personas (Adaptado de la tabla 23.1 del ABNT NBR 6118).

Cana	fcrit
Caso	Hz
Gimnasio de deporte	8,0
Salas de baile o conciertos sin sillas fijas	7,0
Oficinas	3,0 a 4,0
Salas de conciertos con sillas fijas	3,4
Pasarelas para peatones o ciclistas	1,6 a 4,5

#### 2.4 Conclusiones

En este capítulo se estudió el comportamiento dinámico de las tribunas de estadios deportivos con el uso de modelos numéricos (FEM) y ensayos EMA y OMA. Asimismo, se identificó que el principal motivo para realizar estos ensayos son las vibraciones inducidas por actividades coordinadas por los espectadores durante eventos deportivos y musicales. También observamos que no siempre se puede calibrar los FEM con los resultados obtenidos en los ensayos EMA y OMA. Esto se debe al complejo

comportamiento dinámico de las tribunas de los estadios y a la omisión de datos en los FEM (Reynolds et al., 2004). Por ello, la aplicación de los coeficientes del Criterio de Garantía Modal (MAC) propuesto por Allemang y Brown (1982), permite correlacionar resultados con un margen de error. Asimismo, es recomendable diseñar tribunas con frecuencias naturales mayores a la frecuencia excitadora provocada por la actividad del público asistente (Hugo Bachmann et al, 1995).

Además, se revisó las normas técnicas ASCE/SEI 7-16, CTE, EHE-08, ABNT NBR 6118 y el ISO 10137:2007. Estas normas regulan parámetros de diseño para evaluar el comportamiento dinámico de estructuras debido a la actividad rítmica de las personas. Por ello, se evaluará y reforzará la tribuna Oriente del estadio Huancayo, tomando como referencia las normas revisadas en este capítulo.



# **CAPÍTULO 3** Métodos Aplicados en la Tribuna Oriente

Resumen:

En este capítulo se describen los métodos aplicados para conocer el comportamiento dinámico de la tribuna Oriente del estadio Huancayo. El capítulo empieza con el análisis de vibración ambiental (OMA). A continuación, se describe el método de Welch (1967) para la identificación de los parámetros modales en la estructura. Luego, se describe el método del Cociente Espectral H/V para identificar el periodo predominante del suelo. Por último, se describe el método de la infraestructura para estimar los efectos de la interacción dinámica suelo-estructura (ISS).

## 3.1 Introducción

En este capítulo se presenta la metodología aplicada en el estudio del comportamiento dinámico de la tribuna Oriente del estadio Huancayo. En principio, se utilizó la técnica de vibración ambiental (OMA) con un sismómetro de tres componentes ortogonales para obtener los registros en el dominio del tiempo (Figura 20). Luego, se analizó la información con el método de Welch para los registros obtenidos en la tribuna y el método del Cociente Espectral H/V para los registros obtenidos en el suelo donde se apoya la estructura (Figura 21). Finalmente, se implementó el modelo numérico FEM considerando los efectos de ISS con las ecuaciones de Pais y Kausel (1988).



*Figura 20.* Análisis en el dominio del tiempo: (a) tribuna Oriente del estadio y (b) registro de señales de vibración ambiental en la estructura y en el suelo donde se apoya la tribuna Oriente del estadio Huancayo.



*Figura 21*. Análisis en el dominio de la frecuencia: (a) FEM de la estructura (b) espectros de frecuencia de la estructura (método de Welch) y del suelo de soporte (método del cociente Espectral H/V).

#### **3.2** Análisis Modal Operacional (OMA)

El ensayo de vibración ambiental (OMA), también conocido como análisis modal de solo salida, es una técnica capaz de estimar los parámetros modales de una estructura a partir de mediciones de vibración ambiental, es decir, no requiere el uso de dispositivos costosos y pesados para excitar las estructuras (Rainieri y Fabbrocino, 2014). Por ello, es un método simple, rápido y económico para la determinación de los parámetros modales de una estructura (Farrar et al., 1999). Los métodos usados para determinar los parámetros modales se dividen en dos grupos: los métodos no paramétricos desarrollados en el dominio de la frecuencia y los métodos paramétricos desarrollados en el dominio del tiempo (Cunha et al., 2006). La Figura 22, muestra la clasificación y técnicas numéricas de los métodos más usados para los ensayos de vibración ambiental (OMA).



QR, SVD, LS, EVD

Técnicas Numéricas Utilizadas:

- FFT: Transformada Rápida de Fourier
- **SVD:** Descomposición de Valores Singulares
- LS: Ajuste por Mínimos Cuadrados
- **EVD:** Descomposición por Valores Propios
- **OR:** Descomposición Ortogonal

Figura 22. Clasificación de los Métodos más utilizados para la identificación modal de ensayos OMA (Adaptado de Cunha y Caetano, 2005).

#### 3.3 Método de Welch

El método de Welch es un método no paramétrico utilizado para la estimación de la Densidad Espectral de Potencia (PSD) de una señal. También se denomina método de promedio de segmento superpuesto ponderado (WOSA) y método de promedio de periodograma (Solomon, 1991). El método consiste en dividir los datos en segmentos superpuestos, calculando un periodograma modificado de cada segmento y luego promediar las estimaciones de PSD (Welch, 1967). Es decir, Welch realizó dos modificaciones al método de Bartlett (1948). La primera modificación fue permitir que los segmentos de datos se superpusieran y la segunda modificación es la ventana de los segmentos de datos antes de calcular el periodograma. El resultado es un periodograma modificado (Proakis y Manolakis, 1996).

Asimismo, Bartlett (1948), modificó el periodograma introducido por Schuster (1898) y Yule (1927), debido a que el método de los periodogramas es inconsistente para estimar la densidad espectral de potencia cuando los registros son de gran longitud, donde la varianza no tiende a cero (Brillinger, 1975). Por ello, el método de Bartlett (1948) reduce la varianza dividiendo la señal en segmentos para luego aplicar el método de los periodogramas a cada segmento y estimar el espectro de potencia con el promedio. Sin embargo, la resolución espectral también se reduce junto con la varianza. En cambio, el método de Welch (1967), elimina la compensación entre la resolución espectral y la variación en el método de Bartlett (1948), al permitir que los segmentos se superpongan (Barbé et al, 2010). Además, propone utilizar un 50% de solapamiento de los segmentos de forma que todas las muestras excepto las de los extremos del registro original se utilizan dos veces en la estimación espectral (Welch, 1967).

#### **3.4** Método del Cociente Espectral H/V

Este método fue desarrollado por Nakamura en 1989; sin embargo, la idea de mirar la relación espectral entre los componentes horizontal y vertical (H/V) fue introducida por Nogoshi e Igarashi en 1971. Ellos demostraron la relación del H/V con la curva de elipticidad de la onda de Rayleigh, y aprovecharon la coincidencia entre la frecuencia más baja de esta curva H/V con la frecuencia de resonancia fundamental, para utilizarla como indicador de la estructura subterránea (Bard, 1999). Esta idea fue revisada posteriormente por Nakamura (1989), quien afirmó que esta relación es una estimación fiable de la función de transferencia de sitio para ondas secundarias. La metodología de Nakamura (1989), se basa en la suposición de que el cociente espectral entre las componentes H/V es una aproximación de la función de transferencia de los suelos. Asimismo, propone eliminar el efecto de las ondas Rayleigh por donde se propaga principalmente el ruido artificial.

Muchos investigadores encontraron una buena estimación del periodo predominante (Ts) de un sitio con la técnica del Cociente Espectral H/V (Field y Jacob, 1993; Lachet y Bard, 1994; Lermo y Chávez-Garcia, 1994; Kudo, 1995; Bard, 1999), a pesar de la variación de los niveles de vibración ambiental que ocurre durante el día (Kanai y Tanaka, 1961; Nakamura, 1989; Ojeda, 1996; Alfaro, 1997).

El periodo predominante del suelo (Ts) es un indicador que nos permite estimar los efectos locales del suelo donde se apoyan las estructuras. Además, El grado de amplificación de aceleraciones que se presentan en las estructuras dependen del amortiguamiento y de la relación entre el periodo de la estructura y el periodo predominante del suelo (Bazán y Meli, 2002). Asimismo, los efectos de resonancia, amplificación y atenuación dependen de la profundad y de las propiedades del sedimento (Gibson, 1990).

#### **3.5** Método de la Infraestructura (Pais y Kausel, 1988)

El método de la Infraestructura nos permite analizar el efecto de la interacción dinámica suelo-estructura (ISS) mediante el uso de funciones de impedancia. Estas funciones representan la rigidez dinámica dependiente de la frecuencia y las características de amortiguación de la interacción suelo-cimentación. Por ello, Pais y Kausel (1988) plantean ecuaciones para calcular la rigidez dinámica y los coeficientes de amortiguamiento en cimentaciones rectangulares rígidas que descansa sobre la superficie de un medio espacio con una determinada velocidad de onda de corte (NIST, 2012).

Los efectos de ISS se clasifican como efectos de interacción inercial, efectos de interacción cinemática y efectos de flexibilidad de la base del suelo. La interacción inercial es causada por la retroalimentación de la energía cinética de la estructura al suelo. Se refiere a los desplazamientos y rotaciones en el nivel de la base de una estructura que resultan de fuerzas impulsadas por la inercia, como la cortante basal y el momento de volteo. En sistemas flexibles suelo-cimentación, estos desplazamientos y rotaciones contribuyen significativamente a la flexibilidad general de la edificación, afectando los modos de vibración del sistema. La interacción cinemática se refiere al fenómeno de la dispersión de ondas, que se produce cuando la cimentación es mucho más rígida que el suelo y no puede adaptarse a sus distorsiones. Estas variaciones entre los movimientos de entrada de la cimentación y los movimientos del terreno en campo libre, también pueden diferir debido a desplazamientos y rotaciones relativos entre la cimentación y el suelo. Los efectos de flexibilidad de la base del suelo se relacionan con las deformaciones por flexión, axial y cortante de los cimientos que ocurren como resultado de las fuerzas y los desplazamientos aplicados por la superestructura y el suelo. Con estos resultados se deben diseñar los cimientos de las estructuras (NIST, 2012).

## 3.6 Conclusiones

Existen diversos métodos que podemos usar para conocer el comportamiento dinámico de nuestras edificaciones. Sin embargo, es recomendable elegir la metodología adecuada en función a su aplicación, ventajas, complejidad, herramientas disponibles, normas y otras consideraciones que nos permitan alcanzar los resultados deseados. Por ello, los métodos seleccionados para el caso de estudio, descritos en el presente capítulo son: la técnica de vibración ambiental (OMA), el método de Welch (1967), el método del Cociente Espectral H/V (Nakamura, 1989) y las ecuaciones de Pais y Kausel (1988).



# **CAPÍTULO 4** Estudio de Vibración Ambiental en la Tribuna Oriente

Resumen:

En este capítulo se describe el estudio de vibración ambiental realizado en la tribuna Oriente del estadio Huancayo. El capítulo empieza con la descripción estructural de la tribuna y la inspección visual de anomalías. A continuación, se describe la adquisición y procesado de datos. Finalmente, se obtienen los resultados de frecuencias naturales de la estructura y del suelo donde se apoya la tribuna Oriente del estadio Huancayo.

## 4.1 Introducción

El Estadio Huancayo es un estadio de futbol ubicado en la ciudad de Huancayo, departamento de Junín, Perú. Cuenta con una capacidad para 17,000 espectadores, la tribuna Occidente alberga a 10,000 espectadores y la tribuna Oriente a 7,000 espectadores; es decir, el estadio Huancayo no cuenta con tribunas Norte y Sur. La tribuna Occidente construida en el año 1962 (Figura 23b), consta de pórticos, graderías, losas y techos de concreto armado en buen estado de conservación. Sin embargo, la tribuna Oriente construida en el año 1986 (Figura 23a), consta de pórticos y graderías de concreto armado con presencia de fisuras y problemas de inestabilidad (Chavez, 2011). Por ello, la capacidad de la tribuna Oriente del estadio Huancayo fue reducida de 7,000 a 5,700 espectadores (Primicia, 2014).



*Figura 23*. Tribunas del estadio Huancayo: (a) tribuna Oriente con presencia de fisuras e inestabilidad y (b) tribuna Occidente en buen estado de conservación.

Por consiguiente, se realizó un estudio de vibración ambiental en el bloque central de la tribuna Oriente del estadio Huancayo, a fin de conocer el comportamiento dinámico de la estructura debido a la actividad rítmica producida por los espectadores y proponer un reforzamiento estructural que contribuya con el confort del público y con la seguridad estructural de la tribuna. Previamente, se realizó una inspección visual para identificar anomalías en la tribuna.

# 4.2 Descripción Estructural de la Tribuna Oriente

La tribuna Oriente del estadio Huancayo cuenta con dos niveles de graderías y cinco bloques separados por juntas sísmica del orden de 3 a 5 centímetros. Esta separación no cumple con la distancia mínima para evitar el contacto entre edificios durante un movimiento sísmico (Norma Sismorresistente E.030 del RNE). Asimismo, se identificó diferentes tipos de cimentación para cada gradería. La gradería del primer nivel se construyó sobre el talud de un relleno superficial por medio de cimientos a desnivel. La gradería del segundo nivel se construyó sobre zapatas aisladas y cimientos corridos de concreto armado sobre el suelo de fundación definido en el diseño.





*Figura 24*. Tribuna Oriente: (a) Vista frontal de los cinco bloques que conforman la tribuna Oriente en los dos niveles, (b) Vista posterior del pórtico longitudinal y (c) Vista interior de los pórticos transversales donde se apoyan las graderías de la tribuna.

El sistema estructural del bloque central del segundo nivel de la tribuna Oriente está conformado por cuatro pórticos transversales y dos pórticos longitudinales de concreto armado. Los elementos estructurales que forman parte de los pórticos del bloque central son: cuatro columnas principales de 0.40x1.00 metros ubicadas al centro de la gradería, cuatro columnas tirantes de 0.40x0.40 metros ubicadas en la parte posterior de la gradería, una viga longitudinal de 0.30x0.80 metros para unir las columnas principales, una viga longitudinal de 0.40x0.40 metros para unir las columnas tirantes, placas de concreto armado (e=0.20m) ubicadas en el eje posterior del primer nivel y cuatro vigas inclinadas de 0.40x0.60 metros donde se apoya la gradería. Asimismo, la gradería está conformada por 9 viguetas longitudinales de 0.20x0.60m, losas macizas (e=0.10m) entre viguetas y losas macizas (e=0.20m) en el voladizo principal (Figura 25).



*Figura 25*. Pórtico transversal de concreto armado y graderías conformadas de viguetas y losas macizas del segundo nivel de la tribuna Oriente del estadio Huancayo.

#### 4.3 Inspección Visual de Anomalías

Se realizó una inspección visual en las estructuras de la tribuna Oriente del estadio Huancayo donde se evidenció las siguientes anomalías: asentamiento diferencial en pisos (Figura 26), fisuras en los nudos de viga inclinada-columna principal (Figura 27), humedad en las graderías del segundo nivel (Figura 28), deficiente sellado de juntas en las graderías del primer nivel (Figura 29) y fisuras en columnas tirantes (Figura 30). Asimismo, se identificó las siguientes causas que dieron lugar a las anomalías en las estructuras: concepción del proyecto sobre un suelo flexible, exposición ambiental de las edificaciones, acción de cargas dinámicas, deficiente sistema de drenaje pluvial y falta de mantenimiento de juntas de separación por donde discurre el agua que proviene de las lluvias.



*Figura 26.* Asentamiento diferencial: (a) tribuna Oriente construida sobre un relleno y (b) asentamiento diferencial del piso debido a procesos de debilitamiento del relleno sobre el cual se construyó la tribuna.

De acuerdo al Estudio de Mecánica de Suelos (EMS, 2013), la tribuna se construyó sobre un suelo flexible conformado por arcillas y limos inorgánicos (CL-ML). Asimismo, se identificó un relleno de 2.00 metros de altura, donde se apoyan las graderías del primer nivel y la cimentación de las columnas principales del segundo nivel. Por ello, es necesario analizar los efectos de ISS.



Figura 27. Fisuras en los nudos viga-columna: (a) pórticos exteriores y (b) pórticos interiores.

El diseño de nudo viga-columna es importante en el desempeño global de las estructuras. Es más, las fallas en los nudos podrían conducir al colapso total de una edificación. Por ello, se analizó las fisuras superficiales con anchos entre 0.2 a 0.3 mm, ubicados en todo el perímetro del borde superior de las columnas principales, debido a prácticas constructivas inadecuadas (junta fría).



*Figura 28.* Humedad en las graderías del segundo nivel: (a) desprendimiento del concreto de viguetas y (b) deterioro del concreto debido a la humedad.

La presencia de humedad y cambios de temperatura en las estructuras expuestas al medio ambiente ocasionó deterioro y degradación del concreto en las superficies de las estructuras. El concreto se expande cuando se humedece y se contrae cuando se seca. Asimismo, el concreto se dilata con el calor y se contrae con el frio. Asimismo, la expansión del concreto también se debe al proceso de corrosión del acero de refuerzo.



*Figura 29.* Deficiente sellado de juntas: (a) juntas de separación en las graderías del primer nivel y (b) asentamiento diferencial en pisos de la tribuna.

La separación entre bloques de graderías del primer nivel no se encuentra selladas con un material que impida el ingreso de cualquier líquido al relleno de soporte. Por ende, el agua de lluvias discurre por las juntas y debilita el relleno sobre el cual se construyó la tribuna Oriente del estadio Huancayo.



Figura 30. Fisuras en columnas: (a) eje posterior de la tribuna Oriente y (b) fisuras horizontales en columna

Se identificaron fisuras horizontales en la parte inferior de las columnas tirantes ubicadas en el pórtico posterior de la tribuna. Estas fisuras de tracción se producen debido a las variaciones de carga en el volado de la tribuna. Asimismo, se observó el concreto deteriorado debido a la exposición al medio ambiente de las estructuras (cambios de temperatura, variación de humedad y helada).

# 4.4 Adquisición y Procesado de Datos

En la visita de inspección visual de anomalías, también se identificó los puntos de medición de vibraciones ambientales. Por consiguiente, se realizaron tres mediciones en el bloque central de la tribuna Oriente y una medición en la superficie del suelo a 50 metros del extremo norte la tribuna (Figura 31). El primer punto de medición se ubicó en la parte central de la gradería del primer nivel. El segundo punto de medición se ubicó en la vía de acceso a las graderías. El tercer punto de medición se ubicó en la parte central del segundo nivel. Por último, el cuarto punto se ubicó a campo abierto sobre la superficie plana del suelo (Figura 32).



Figura 31. Ubicación del bloque central de la tribuna Oriente del estadio Huancayo.



*Figura 32*. Ubicación de los puntos de medición de vibraciones ambientales en el bloque central de la tribuna y en la superficie planta del suelo a 50 metros de distancia.

Los registros de vibración ambiental fueron obtenidos con un sismómetro de tres componentes ortogonales entre sí (vertical, longitudinal, transversal) con un rango dinámico de 140 Db y rangos de sensibilidad que permiten registrar señales dentro de una banda de frecuencia que fluctúa entre 0.20 y 40 Hz (Figura 33a). El registrador permitió obtener señales a una frecuencia de muestreo de 200 Hz con una ganancia de 1024 Db (Figura 33b). Por último, se utilizó una computadora para procesar las señales registradas en el ensayo (Figura 33c).



Figura 33. Equipos utilizados en el ensayo: (a) sismómetro, (b) registrador y (c) un ordenador portátil

De acuerdo a las características de los equipos, se registraron 4 señales de 15 minutos de duración con 200 muestras por segundo en sus tres componentes (vertical, longitudinal, transversal). Durante las mediciones, fue posible visualizar la calidad de los datos en simultáneo. De esta manera, las señales con alteraciones fueron eliminadas y registradas nuevamente para obtener señales de buena calidad. También, se controló la ubicación geográfica de cada punto con un GPS respecto al norte magnético (Figura 34).



Figura 34. Ubicación geográfica de la tribuna Oriente del estadio Huancayo (Google Earth, 2020).

A continuación, se detalla la ubicación y condiciones de los puntos registrados en el presente ensayo de vibración ambiental: Punto Es01, los datos fueron tomados en la parte central de la gradería del primer nivel. Esta gradería se apoya sobre un relleno sin presencia de asentamiento (Figura 35a). Punto Es02, los datos fueron tomados en la vía de acceso y salida a la tribuna Oriente del estadio Huancayo. El piso de esta vía se apoya sobre un relleno debilitado por el agua de lluvias que discurre por las juntas de separación (Figura 35b). Punto Es03, los datos fueron tomados en la parte central del voladizo de la gradería del segundo nivel. La gradería del segundo nivel se apoya en los pórticos de concreto armado con zapatas aisladas construidas sobre un suelo flexible (Figura 35c). Punto Es04, los datos fueron tomados a 50 metros de distancia del extremo norte de la tribuna Oriente del estadio Huancayo, en la superficie plana del suelo (Figura 35d).





Figura 35. Ensayo de vibración ambiental: (a) Punto Es01, (b) Punto Es02, (c) Punto Es03 y (d) Punto Es04.

### 4.5 Resultados

Los registros obtenidos en el ensayo de vibración ambiental, fueron procesados sin la utilización de filtros, a fin de no alterar la señal para su posterior análisis. Asimismo, para identificar la frecuencia predominante del suelo se utilizó el método del Cociente Espectral H/V en los puntos Es01, Es02 y Es04. Estos registros fueron procesados en el software Geopsy (disponible en www.geopsy.org). También, se utilizó el método de Welch en el punto Es03 para identificar las frecuencias naturales de la tribuna. Este registro fue procesado en el software Matlab (disponible en www.mathworks.com) y fue validado en el software ARTeMIS Modal (disponible en www.svibs.com).

# 4.5.1 Punto Es01:

Los datos adquiridos en este punto corresponden al relleno donde se apoya la gradería central del Primer Nivel (Figura 36). El espectro se obtuvo con el método del Coeficiente Espectral H/V (Figura 37).



Figura 36. Señal registrada en el punto Es01 (Gradería del primer nivel sobre relleno).



Figura 37. Espectro H/V obtenido para el punto Es01 (gradería del primer nivel sobre relleno).

De acuerdo a los resultados obtenidos en el punto Es01, el espectro H/V muestra claramente que las frecuencias predominantes del suelo se encuentran en un rango de 0.60 a 2.00 Hz. Es decir, el periodo fundamental del suelo varía de 0.50 a 1.67 segundos. Este rango sugiere la presencia de suelos muy heterogéneos, conformados por depósitos de suelos flexibles y/o estratos de gran espesor que permiten la amplificación de la señal hasta 4 veces. Estos suelos son desfavorables para soportar estructuras irregulares con cargas dinámicas como es el caso de las tribunas de un estadio. Según la Norma Sismorresistente E.030, este tipo de suelos corresponden al tipo S3 (suelos blandos) y S4 (suelos excepcionales).

#### 4.5.2 **Punto Es02:**

Los datos adquiridos en este punto corresponden al relleno debilitado por el agua de lluvias, donde se ubican las vías de acceso a las graderías de la tribuna Oriente del estadio Huancayo (Figura 38). El espectro se obtuvo con el método del Coeficiente Espectral H/V (Figura 37).



Figura 38. Señal registrada en el punto Es02 (vía de accesos sobre relleno debilitado).



Figura 39. Espectro H/V obtenido para el punto Es02 (vía de accesos sobre relleno debilitado).

Los resultados obtenidos en el punto Es02 son similares al punto Es01, las frecuencias predominantes del suelo se encuentran en un rango de 0.80 a 2.00 Hz. Es decir, el periodo fundamental del suelo varía de 0.50 a 1.25 segundos. Sin embargo, en el espectro H/V del punto Es02, se observa que el mayor pico se encuentra cerca a la frecuencia de 2.00 Hz. Este rango sugiere la presencia de suelos muy heterogéneos, conformados por depósitos de suelos flexibles y/o estratos de gran espesor que permiten la amplificación de la señal hasta 4 veces.

#### 4.5.3 Punto Es03: Voladizo de la Gradería del Segundo Nivel.

Los datos adquiridos en este punto corresponden a la gradería central del segundo nivel de la tribuna Oriente del estadio Huancayo. En la señal se observa la presencia de 5 personas saltando en la parte central del voladizo. Esta actividad saturó las señales en las tres componentes, sugiriendo que la gradería desarrolla mayor oscilación cuando es ocupado por personas (Figura 40).



Figura 40. Señal registrada en el punto Es03 (voladizo de la gradería del segundo nivel).

El espectro de respuesta en las tres componentes vertical (Z), longitudinal (N) y transversal (E), se obtuvo con el método de Welch (1967). La Figura 41, muestra los resultados del análisis de identificación modal en el dominio de las frecuencias. En este análisis se observan 3 picos definidos en 4.45, 4.64 y 4.95 Hz, los cuales corresponden a las 3 primeras frecuencias naturales de la tribuna Oriente del Estadio Huancayo. Para validar estos resultados, se utilizó el programa ARTeMIS Modal (SVS, 2019), con la técnica de Identificación Subespacial Estocástica (SSI) en el dominio del tiempo (Van Overschee y De Moor, 1994). La Figura 42, muestra las frecuencias en función de los polos estables de 4.46, 4.66 y 4.99 Hz.



*Figura 41*. Espectro de respuesta (Método de Welch, 1967) de la gradería del segundo nivel, en sus tres componentes (Z, N, E).



*Figura 42.* Espectro de respuesta (Método SSI, 1996) de la gradería del segundo nivel, en sus tres componentes (Z, N, E).

#### 4.5.4 Punto Es04:

Los datos adquiridos en este punto corresponden al suelo de referencia ubicado a 50 metros del extremo norte de la tribuna Oriente del estadio Huancayo (Figura 43). Este punto se consideró a efectos de evaluar la calidad del suelo lejos de la zona de estudio. El espectro se obtuvo con el método del Coeficiente Espectral H/V (Figura 44).



Figura 43. Señal registrada en el punto Es04 (suelo de referencia a 50 metro de la tribuna).



Figura 44. Espectro H/V obtenido para el punto Es04 (suelo de referencia a 50 metro de la tribuna).

Los resultados obtenidos en el punto Es04 son idénticos al punto Es01, donde las frecuencias predominantes del suelo se encuentran en un rango de 0.60 a 2.00 Hz. Es decir, el periodo fundamental del suelo varía de 0.50 a 1.67 segundos.

#### 4.6 Conclusiones

En la inspección visual se identificaron las siguientes anomalías: fisuras en nudos, fisuras en columnas tirantes, humedad en graderías y asentamientos diferenciales en pisos del primer nivel. Por consiguiente, el nivel de desempeño de daño es controlado y es posible la reparación de la estructura. Asimismo, las causas que indujeron estas anomalías fueron: la acción de cargas dinámicas, exposición al medio ambiente, la configuración estructural y la inestabilidad del relleno debido al agua que proviene de las lluvias y discurren por las juntas abiertas del piso de las graderías del primer nivel.

El estudio de vibración ambiental se realizó en 4 puntos de la tribuna Oriente del estadio Huancayo. Los resultados de los puntos Es01, Es02 y Es04, indican la existencia de un suelo heterogéneo y con un alto índice de flexibilidad. Según la Norma Sismorresistente E.030 del RNE, estos suelos corresponden a suelos blandos y excepcionales (Tabla 23). Asimismo, los resultados del punto Es03 permitió conocer las 3 primeras frecuencias naturales de la tribuna (Tabla 24).

	Método de	el Cociente Esp	ectral H/V
Mode	Es01	Es02	<b>Es04</b>
	f (Hz)	<i>f</i> (Hz)	f (Hz)
1	0.60 - 2.00	0.80 - 2.00	0.60 - 2.00

Tabla 23. Resultados de las frecuencias naturales del suelo.

Tabla 24. Resultados de las frecuencias naturales de la tribuna.

Mode	Método del Welch Es03	Método SSI Es03	Amortiguamiento
	<i>f</i> (Hz)	f (Hz)	ξ (%)
1	4.45	4.46	1.03
2	4.64	4.66	1.22
3	4.95	4.99	1.47

# **CAPÍTULO 5** Implementación del Modelo Numérico

#### Resumen:

En este capítulo se describe la implementación del modelo numérico FEM de la tribuna Oriente del Estadio Huancayo. El capítulo comienza con la implementación del modelo numérico de la tribuna Oriente considerando los efectos de ISS. A continuación, se validó el modelo numérico con los resultados obtenidos en el estudio de vibración ambiental en la tribuna Oriente del estadio Huancayo.

#### 5.1 Introducción

Para construir el modelo numérico de la tribuna Oriente del estadio Huancayo, se recabó la siguiente información: planos de diseño (1986), estudio de factibilidad (2011) y estudio de mecánica de suelos (2013). Asimismo, se realizó el levantamiento geométrico de las estructuras debido a que los planos recabados no eran legibles y estaban incompletos. A continuación, se implementó el modelo numérico con el Método de los Elementos Finitos en el software Etabs. Este modelo fue validado con los resultados obtenidos en el ensayo de vibración ambiental OMA, reflejando de esta manera el comportamiento estructural experimental en el modelo numérico implementado (Friswell y Mottershead, 1993). Es decir, el trabajo de validación de modelos numéricos, consiste en la generación de modelos confiables a través de ajustes paramétricos (masa, rigidez y amortiguamiento), de tal forma que se minimice la diferencia entre las predicciones analíticas y experimentales (Vélez et al, 2008). Por ende, para evitar correlaciones deficientes entre ambas predicciones, se utilizan métodos iterativos como el Criterio de Garantía Modal (MAC) propuesto por Allemang y Brown (1982).

El propósito de la implementación y validación de modelos numéricos es la optimización de la eficiencia del modelo para predecir la respuesta de una estructura con resultados que se aproximan a la realidad, a pesar de que todo modelo posee hipótesis y aproximaciones que son ineludibles y restringen la coincidencia de lo real y lo modelado (Bathe, 1982; Zienkiewicz y Taylor, 1994). Cuando se valida un modelo numérico, este puede ser usado para ejecutar otros casos de carga con la seguridad de tener un mínimo orden de error (Rodríguez et al., 2009). En el presente estudio, el modelo validado se utilizó para plantear un modelo numérico reforzado que contribuirá con el confort del público y con la seguridad estructural de la tribuna Oriente del estadio Huancayo.

#### 5.2 Implementación del modelo Numérico de la Tribuna Oriente

En principio, se definió la geometría de todos los elementos estructurales de la tribuna en el modelo numérico FEM, de acuerdo al levantamiento geométrico (columnas principales de 0.40x1.00m, columnas tirantes de 0.40x0.40m, viga principal de 0.30x0.80m, viga secundaria de 0.40x0.40m, vigas inclinadas de 0.40x0.60m, placas de 0.20m, viguetas de 0.20x0.60m y losas macizas de 0.10m). Luego, se asignó las siguientes propiedades del concreto: peso de 2,400 kg/m3 y módulo de elasticidad del concreto de 217,370.65 kg/cm2. La Figura 45, muestra el modelo numérico de la tribuna Oriente del estadio Huancayo.



Figura 45. Modelo numérico de la tribuna Oriente del Estadio Huancayo implementado en el Etabs.

A continuación, se asignó el empotramiento de las columnas considerando las condiciones del suelo flexible donde se construyó la tribuna (Figura 46). Por consiguiente, se estimó las rigideces y amortiguamientos dinámicos con las ecuaciones planteadas por Pais y Kausel (1988), a fin de modelar los efectos de ISS que contribuyen a la flexibilidad general de la estructura, afectando de esta manera las frecuencias naturales de vibración.
Para estimar las rigideces y amortiguamientos dinámicos con las ecuaciones planteadas por Pais y Kausel (1988), se consideró las siguientes propiedades del suelo definidas en el estudio de mecánica de suelos (EMS, 2013): el coeficiente de Poisson (v=0.30) y módulo de corte (G=615.39 Tn/m2). El Anexo 1, muestra las ecuaciones planteadas por Pais y Kausel (1988) para estimar las rigideces traslacionales y rotacionales (Kj), los factores de corrección por empotramiento, los modificadores de rigidez dinámica ( $\alpha_i$ ) y las relaciones de amortiguamiento de radiación ( $\beta_i$ ).



*Figura 46*. Implementación del FEM con ISS: (a) esquema de las condiciones de apoyo de la estructura con ISS y (b) Modelo numérico con las rigideces y amortiguaciones estimadas con las ecuaciones de Pais y Kausel (1988).

Sin embargo, para validar el modelo numérico implementado en esta sección, será necesario ajustar el módulo de corte (G) con los resultados del ensayo de vibración ambiental (OMA), ya que G es una propiedad dinámica que depende de la velocidad promedio de ondas de corte en los primeros 30 metros de profundidad (Vs). Este proceso de ajuste se describe en la siguiente sección de validación del modelo numérico de la tribuna Oriente del estadio Huancayo.

### 5.3 Validación del Modelo Numérico de la Tribuna Oriente

Se realizó el proceso de validación del modelo numérico mediante el ajuste de la rigidez del suelo hasta correlacionar la primera frecuencia natural del modelo numérico con el valor obtenido experimentalmente en el ensayo de vibración (OMA). Por ello, debido a que el módulo de corte es una de las propiedades dinámicas del suelo que permite ajustar su rigidez, corregiremos el módulo de corte sugerido en el estudio de mecánica de suelos (G = 615.39 Tn/m2) con el módulo de corte obtenido en el ensayo de vibración ambiental (G = 692.29 Tn/m2), hasta correlacionar la primera frecuencia natural. La Tabla 25, muestra los resultados obtenidos con ambos valores de G.

~		EMS		OMA	
Grado de Libertad		(G=615.39 T	[n/m2)	(G=692.29 T	`n/m2)
Traslación eje z	Kz =	31,684	Tn/m	35,644	Tn/m
Traslación eje y	$K_y =$	27,001	Tn/m	30,376	Tn/m
Traslación eje x	K x =	24,368	Tn/m	27,413	Tn/m
Torsión eje z	K zz =	3,109,425	Tn.m/rad	3,498,024	Tn.m/rad
Rotación eje y	$K_{yy} =$	3,510,005	Tn.m/rad	3,948,667	Tn.m/rad
Rotación eje x	K xx =	597,562	Tn.m/rad	672,242	Tn.m/rad

Tabla 25. Rigideces dinámicas según Pais y Kausel (1988).

Las rigideces traslaciones y rotacionales corregidas con el ensayo de vibración OMA, serán incrementadas en función a la profundidad cimentación de cada zapata de la estructura con los factores de corrección por empotramiento. Asimismo, se estimó las amortiguaciones con los modificadores de rigidez dinámica ( $\alpha_j$ ) y las relaciones de amortiguamiento de radiación ( $\beta_j$ ). El Anexo 1, muestra las ecuaciones usadas para estimar las rigideces y amortiguaciones dinámicas con sus respectivos factores de corrección.

Por último, se validó las frecuencias naturales del modelo numérico FEM con las frecuencias naturales obtenidos en el ensayo de vibración ambiental OMA con el método de Welch y el método SSI (Tabla 26).

Mode	OMA	FEM
	<i>f</i> (Hz)	f (Hz)
1	4.45	4.40
2	4.64	4.63
3	4.95	5.23

Tabla 26. Comparación de las frecuencias naturales obtenidos con OMA y FEM.

Por lo tanto, para validar el modelo numérico FEM con los resultados experimentales obtenidos mediante el ensayo de vibración ambiental OMA, se consideró los efectos de ISS mediante las ecuaciones planteadas por Pais y Kausel (1988). Es decir, se ajustó la rigidez hasta correlacionar la primera frecuencia natural de la tribuna Oriente del estadio Huancayo.

### 5.4 Conclusiones

En la implementación del modelo numérico FEM se definió la geometría de los elementos estructurales y las propiedades mecánicas del concreto. Asimismo, se consideró los efectos de ISS en función al módulo de corte G definido en el estudio de mecánica de suelo (EMS, 2013). La validación del modelo numérico FEM consistió en el ajuste de la rigidez dinámica del suelo hasta correlacionar la primera frecuencia natural del FEM con el OMA. Es decir, no fue necesario ajustar la masa, el amortiguamiento, la variación de humedad ni cambios de temperatura debido a la exposición ambiental.

## **CAPÍTULO 6** Evaluación y Reforzamiento Estructural

Resumen:

En este capítulo se describe la evaluación y reforzamiento estructural de la tribuna Oriente del estadio Huancayo. El capítulo comienza con el análisis de vibraciones de la estructura debido a la actividad rítmica de los espectadores. A continuación, se evalúa el comportamiento modal de la estructura y la resistencia de los elementos estructurales más esforzados. Finalmente, se plantea el reforzamiento estructural de la tribuna Oriente del estadio Huancayo.

### 6.1 Introducción

En el presente capítulo se evaluó el comportamiento estructural de la tribuna Oriente del estadio Huancayo ante cargas dinámicas producidas por la actividad rítmica de los espectadores, teniendo en cuenta los efectos de ISS debido a las condiciones del suelo de fundación. Asimismo, se planteó el reforzamiento estructural con la finalidad de contribuir con el confort del público y con la seguridad estructural de la tribuna Oriente del estadio Huancayo.

La evaluación estructural comprende el análisis de vibraciones, el análisis dinámico modal y la verificación de esfuerzos. En el análisis de vibraciones se evaluó el fenómeno de resonancia en la tribuna Oriente del estadio Huancayo, debido a la actividad rítmica de los espectadores. En el análisis dinámico modal se analizó los modos de vibrar y se verificó si la junta separación entre bloques que conforman la tribuna es suficiente para evitar el contacto durante un movimiento sísmico. Por último, se verificó la resistencia de los elementos más esforzados de la estructura. En consecuencia, se planteó el reforzamiento estructural de la tribuna Oriente del estadio Huancayo, a fin de mejorar su comportamiento dinámico debido a la actividad rítmica de los espectadores y a las condiciones desfavorables del suelo de fundación.

### 6.2 Evaluación Estructural de la Tribuna Oriente

Se utilizó el modelo numérico FEM implementado y validado con el ensayo de vibración ambiental OMA, para evaluar el comportamiento dinámico de la tribuna Oriente del estadio Huancayo. Asimismo, se utilizó las siguientes normas de diseño: Norma EHE-08 y Norma ISO 10137:2007 para el análisis de vibraciones, Norma E.020 y Norma E.030 del RNE para el análisis dinámico modal y la Norma E.060 del RNE para la verificación de esfuerzos.

#### 6.2.1 Análisis de Vibraciones

Se utilizó como referencia la Norma Española EHE-08, dado que el artículo 51 recomienda proyectar palacios deportivos con frecuencias naturales mayores de 8Hz, para cumplir con el estadio límite de vibraciones (Tabla 21). También se utilizó la Norma ISO 10137:2007, que provee parámetros de diseño para actividades coordinadas en ubicación estacionaria (Tabla 20). Esta norma considera un rango común de frecuencia para la actividad de salto coordinado de 1.50 - 3.50 Hz. Por consiguiente, se analizó el estado límite de vibraciones en la tribuna Oriente del estadio Huancayo (Figura 47), de acuerdo a los parámetros descritos en las normas de referencia.



Figura 47. Análisis de Vibraciones en la tribuna Oriente del estadio Huancayo.

Las frecuencias naturales de la tribuna (f = 4.45 Hz, 4.64 Hz y 4.95 Hz) se ubican por encima del rango de frecuencias producidas por los espectadores ( $\tilde{\omega}=1.50-3.50$  Hz). A pesar de ello, la tribuna puede ser excitadas por el segundo armónico de las frecuencias producidas por los espectadores ( $\tilde{\omega}=3.00-7.00$  Hz). Es por ello, que la norma EHE-08 recomienda diseñar estructuras deportivas con frecuencias naturales mayores a 8 Hz. Por lo tanto, las vibraciones producidas por el salto de los espectadores pueden causar el colapso de la tribuna Oriente del estadio Huancayo debido al efecto de resonancia.

### 6.2.2 Análisis Dinámico Modal

Se analizó el comportamiento modal de la estructura teniendo en cuenta los siguientes escenarios: El primer escenario consiste en evaluar el comportamiento modal de la tribuna sin espectadores, es decir, debido a su peso propio (Tabla 27). El segundo escenario consiste en evaluar el comportamiento modal de la tribuna con espectadores. Por esta razón, se consideró la carga viva de 500 kg/m2 establecida en la Norma E.020 del RNE, para uso de graderías y tribunas. Asimismo, se adicionó el 50% de la carga viva al peso de la estructura, de acuerdo a la Norma E.030 del RNE (Tabla 28). La Figura 48 muestra el movimiento de los 3 primeros modos de vibración y la Figura 49 muestra los desplazamientos modales de la tribuna para el primer escenario.



*Figura 48.* Modos de Vibración de la tribuna Oriente del estadio Huancayo sin espectadores: (a) primer modo de vibración f=4.40 Hz, (b) segundo modo de vibración f=4.63 Hz y (c) tercer modo de vibración f=5.23 Hz.



Figura 49. Desplazamientos modales de la tribuna: (a) sin espectadores y (b) con espectadores.

Mada	FEM	DESPLAZAMIENTO		ODSEDVACIÓN
wioue	f (Hz)	X (cm)	Y (cm)	ODSERVACION
1	4.40	-28.84	-12.45	Torsión
2	4.63	22.78	-13.7	Torsión
3	5.23	-22.44	-6.06	Torsión

Tabla 27. Comportamiento modal de la tribuna sin espectadores.

Tabla 28. Comportamiento modal de la tribuna con espectadores (500 kg/m2).

Mode	FEM	DESPLAZA	MIENTO	ODSEDVACIÓN
	f (Hz)	X (cm)	Y (cm)	OBSERVACION
1	3.75	24.26	12.53	Torsión
2	3.99	-18.09	9.44	Torsión
3	4.56	19.79	5.42	Torsión

Los desplazamientos modales de la tribuna en la dirección longitudinal son mayores a la distancia de la junta de separación que divide los bloques que conforman la tribuna Oriente del estadio Huancayo. Es decir, los bloques de la tribuna podrían colisionaran entre sí durante un movimiento sísmico. También, se observó la variación de las frecuencias naturales de la tribuna en los dos escenarios planteados. Las frecuencias naturales de la tribuna con espectadores se acercan más a la frecuencia de excitación producida por la actividad rítmica de sus ocupantes. La Figura 50, muestra el incremento de la amplificación dinámica (*D*) debido a la relación de frecuencias ( $\beta$ ) y la razón de amortiguamiento ( $\xi$ ).



*Figura 50.* Factor de amplificación dinámico debido a la relación  $\beta = 0.93$  y  $\xi = 1.03$  % de la tribuna con espectadores (Clough y Penzien, 2003).

Por lo tanto, la primera frecuencia natural de la tribuna con espectadores puede amplificar hasta 3.5 veces y entrar en resonancia debido a su cercanía con la frecuencia de excitación. Es decir, la máxima amplificación dinámica ocurre cuando la razón de frecuencias ( $\beta$ ) es muy cercano o igual a uno (Clough y Penzien, 2003).

### 6.2.3 Análisis de Esfuerzos

Se analizó el comportamiento de las columnas más esforzadas de la tribuna Oriente del estadio Huancayo debido a la acción simultánea de momentos flectores y fuerzas axiales que provienen de la amplificación y combinaciones de cargas, de acuerdo a la Norma E.060 del RNE. La sección y ubicación de las columnas más esforzadas son las siguientes: columna C1 de 0.40x0.40m ubicada en el eje posterior y columna C2 mide 0.40x1.00 ubicada en el eje principal (Figura 51). Se utilizó el diagrama de interacción que relaciona la resistencia a la compresión y a la flexión del elemento (Figura 52).



Figura 51. Ubicación de la columna C1 0.40x0.40m y columna C2 0.40x1.00m de la tribuna.



Figura 52. Diagramas de interacción de la columna C1 0.40x0.40m y columna C2 0.40x1.00m.

También, Se analizó los esfuerzos y deformaciones en la gradería del segundo nivel conformada por viguetas de 0.20x0.60 y losas de espesor de 0.10m. Los resultados de los esfuerzos en las graderías de la tribuna se muestran en la Figura 53, donde el máximo esfuerzo (11.60 kg/cm2) se localiza al centro de la primera gradería. Asimismo, los resultados del análisis de las deformaciones unitarias se muestran en la Figura 54, donde la máxima deformación (0.00017) se localiza en las zonas donde la gradería se apoya sobre las columnas principales de la tribuna.



Figura 54. Deformaciones unitarias obtenidas del análisis por cargas de servicio.

Por lo tanto, se constató que las máximas deformaciones coinciden con la ubicación de las columnas principales donde se identificó fisuras durante la inspección visual (Figura 27). Asimismo, se verificó que el máximo esfuerzo encontrado en la gradería representa el 5.52% de la resistencia del concreto (210 kg/cm2).

### 6.3 Reforzamiento Estructural de la Tribuna Oriente

En la sección anterior se pudo constatar que las vibraciones producidas por el salto de los espectadores pueden causar el colapso de la estructura debido al efecto de resonancia. Asimismo, se analizó los esfuerzos y deformaciones de los elementos estructurales más esforzados de la tribuna, los cuales cuentan con suficiente capacidad para resistir las solicitaciones de diseño conforme a la Norma E.060 del RNE. Por lo tanto, se planteó el reforzamiento estructural de la tribuna Oriente del estadio Huancayo, a fin de alejar las frecuencias naturales (f) de la frecuencia excitadora ( $\tilde{\omega}$ ) producida por la actividad rítmica de los espectadores. El reforzamiento comprende las siguientes intervenciones: Primero, se reforzó la cimentación de las columnas principales de 0.40x1.00m con pilotes de concreto armado. Segundo, se incrementó la sección de 2 columnas tirantes de 0.40x0.40m a 0.40x0.80 ubicadas en los extremos de la tribuna. Por último, se colocó de arriostres de acero de 250x400x9.5mm en los pórticos transversales ubicados en los extremos de la tribuna (Figura 55).



*Figura 55.* Reforzamiento estructural de la tribuna Oriente del estadio Huancayo: (R1) Pilotes de concreto, (R2) Incremento de sección de columnas y (R3) Arriostres de acero.

La Figura 56, muestra el detalle de los pilotes de concreto para mejorar la condición desfavorable de apoyo de toda la estructura debido a la flexibilidad del suelo. La Figura 57, muestra el detalle del incremento de sección en columnas de 0.40x0.40m a 0.40x0.80m para reducir los efectos de torsión y aportar rigidez a la estructura. Por último, la Figura 58, muestra el detalle de los arriostres de acero para reducir los efectos de torsión y controlar desplazamientos verticales en el voladizo de la tribuna Oriente del estadio Huancayo.



*Figura 56.* Reforzamiento de cimientos por medio de pilotes de concreto armado apoyados sobre el estrado de suelo firme.



*Figura 57.* Incremento de sección en columnas de 0.40x0.40m a 0.40x0.80m ubicadas en los extremos de la tribuna.



Figura 58. Reforzamiento del voladizo por medio de arriostres de acero en los extremos de la tribuna.

La ubicación de las 3 intervenciones de reforzamiento se planteó estratégicamente para mejorar la rigidez de la estructura, sin alterar la masa desfavorablemente. De esta manera se incrementó las frecuencias naturales de la estructura a fin de evitar resonancia por la actividad rítmica de los espectadores. Es decir, se incrementó la frecuencia fundamental de la tribuna existente de 4.45 Hz a 10.86 Hz, tal como exige la norma EHE-08 para estructuras susceptibles de experimentar vibraciones por movimientos rítmicos de personas. Esta modificación mejorará el comportamiento dinámico de la tribuna y evitará vibraciones excesivas que pueden causar fallas estructurales (He y Fu ,2001).

La Tabla 29, muestran la comparación entre las frecuencias naturales FEM de la tribuna existente y las frecuencias naturales del modelo numérico reforzado (REF). Asimismo, la Figura 59, muestra el análisis de vibraciones para ambos modelos.

Mada	FEM	REF
wiode	f (Hz)	f (Hz)
1	4.40	10.86
2	4.63	15.01
3	5.23	17.44

Tabla 29. Análisis comparativo de frecuencias naturales del modelo FEM con el modelo REF.



Figura 59. Análisis comparativo de vibraciones del modelo FEM con el modelo REF.

También, se redujo el factor de amplificación dinámica (*D*) de 3.5 a 1.2, debido a que la frecuencia excitadora ( $\tilde{\omega}$ =3.50 Hz) producida por el salto rítmico de los espectadores, entre la frecuencia natural de la tribuna reforzada (*f* = 10.86 Hz), nos da como resultado una relación de frecuencias ( $\beta$ ) igual a 0.31, es decir, alejado de la unidad donde la amplificación dinámica tiende al infinito (Figura 60). Por lo tanto, la tribuna reforzada se comportará adecuadamente ante vibraciones por movimiento rítmico de personas.



*Figura 60.* Factor de amplificación dinámico debido a la relación  $\beta = 0.31$ , de la tribuna reforzada con espectadores (Clough y Penzien, 2003).

### 6.4 Conclusiones

Los resultados obtenidos en la evaluación estructural de la tribuna Oriente del estadio Huancayo sugieren la necesidad de rigidizar la estructura debido al efecto de resonancia por actividad rítmica de los espectadores. Es decir, se identificaron frecuencias naturales de la estructura que pueden ser excitadas por las frecuencias producidas por el salto de los espectadores. Por lo tanto, se plantearon 3 intervenciones de reforzamiento estructural para evitar fallas debido a vibraciones excesivas que pueden inducir al colapso total de las tribunas. El reforzamiento estructural comprende las siguientes intervenciones: En primer lugar, se consideró pilotes de concreto armado en las 4 zapatas ubicadas en el eje 2. Los pilotes apoyados sobre el estrato de suelo firme incrementan la rigidez global de la estructura. En segundo lugar, se incrementó la sección de las columnas ubicadas en los ejes 3-A y 3-D para reducir los efectos de torsión y aportar rigidez. Por último, se consideró arriostres de acero en los ejes A y D, con el fin de reducir los efectos de torsión y controlar desplazamientos verticales en el voladizo del segundo nivel de la tribuna (Figura 61).



Figura 61. Ejes referenciales del bloque central de la tribuna Oriente del estadio Huancayo.

# CAPÍTULO 7

## **Conclusiones y Recomendaciones**

### 7.1 Conclusiones

En esta investigación se estudió el comportamiento dinámico de la tribuna Oriente del estadio Huancayo sometida a cargas dinámicas. Este tipo de cargas pueden causar desde fallas estructurales hasta el colapso total de la tribuna debido al efecto de resonancia por actividad rítmica de los espectadores. Por ello, se realizó un estudio de vibración ambiental OMA, se implementó el FEM y se consideró los efectos de ISS para validar las frecuencias naturales. Como resultado se tiene que, debido a la falta de rigidez de la tribuna, las frecuencias naturales pueden ser excitadas por la frecuencia excitadora producida por la actividad rítmica de los espectadores. Por lo tanto, se rigidizó la estructura por medio de pilotes de concreto armado en 4 zapatas principales, se incrementó la sección de 2 columnas de 0.40x0.40m a 0.40x0.80m y se colocaron arriostres de acero de 250x400x9.5mm. De esta manera, se incrementó la frecuencia fundamental de la tribuna de 4.45 Hz a 10.86 Hz, a fin de contribuir con el confort de los espectadores y la seguridad estructural de la tribuna Oriente del Estadio Huancayo.

Aplicando el mismo procedimiento de trabajo de la presente investigación, se puede evaluar el comportamiento dinámico de cualquier estructura y determinar el o los elementos que requieren ser reforzados para mejorar la rigidez global de la estructura y el confort de las personas expuestas a vibraciones inadmisibles, debido a diversas actividades rítmicas de personas, tráfico vehicular, circulación de trenes y otros.

Por lo tanto, es necesario iniciar investigaciones del comportamiento dinámico con ensayos OMA en edificaciones, puentes, torres de telecomunicaciones y demás estructuras susceptibles de experimentar vibraciones debido al paso del tren eléctrico del Metro de Lima, al futuro paso del metro subterráneo de Lima y otras fuentes de energía generadoras de vibraciones.

### 7.2 Recomendaciones

Se recomienda el uso de la siguiente metodología de trabajo para la Evaluación y Reforzamiento Estructural de estructuras susceptibles de experimentar vibraciones por movimientos rítmicos de personas: En primer lugar, realizar ensayos de vibración ambiental OMA para identificar los parámetros modales de la estructura. En segundo lugar, considerar los efectos dinámicos de ISS para validar el FEM con las frecuencias naturales obtenidas en el ensayo OMA. Por último, analizar el estado límite de vibraciones de acuerdo a la Norma Española EHE-08.

Asimismo, se recomienda las siguientes intervenciones de reforzamiento estructural para evitar los efectos de resonancia en la tribuna Oriente del estadio Huancayo. En primer lugar, se recomienda pilotes de concreto armado para mejorar la condición desfavorable de apoyo de toda la estructura debido a la flexibilidad del suelo. En segundo lugar, se recomienda incrementar la sección de columnas para reducir los efectos de torsión y aportar rigidez. En tercer lugar, se recomienda colocar arriostres de acero estructural para controlar desplazamientos verticales en el voladizo y reducir los efectos de torsión. Por último, se recomienda implementar un sistema completo de drenaje pluvial y la colocación de juntas sísmicas que separan los cinco bloques que forman parte de la tribuna Oriente del estadio Huancayo.

### Referencias

ABNT NBR 6118, *Proyecto de Estructuras de Concreto. Procedimiento*. Asociación Brasilera de Normas Técnicas. Brazil, (2004).

ASCE/SEI 7-16, Minimum Design Loads and Associated Criteria for Buildings and Other Structures. American Society of Civil Engineering. USA, (2017).

Bachmann, H.; Ammann, W.; Deischl, F.; Eisenmann, J.; Floegl, I.; Hirsch, G.; Klein,
G.; Lande, G.; Mahrenholtz, O.; Natke, H.; Nussbaumer, H.; Pretlove, A.; Rainer, J.;
Saemann, E.; Steinbeisser, L. *Vibration Problem in Structures. Practical Guidelines.*Birkhäuser, Germany, (1995).

Barbé, K.; Schoukens, J.; Pintelon, R. Welch Method Revisited: Nonparametric Power Spectrum Estimation Via Circular Overlap. Proceedings of the IEEE Transactions on Signal Processing, Vol 58, N°. 2, February, (2010).

Barbosa, C.S.; Carrazedo, R.; Juliani, M.A.C.; Becocci, L. Análisis Estructural de Previsión de Vibraciones en las Gradas del Estadio Olímpico Joao Havelange – Rio de Janeiro. Proceeding of the 50° Congreso Brasileiro de Concreto, Salvador, (2008).

Bard, P. Microtremor Measurements: A tool for Site Effect Estimation. ResearchGate, (1999).

Bazán. E.; Meli. R. *Diseño Sísmico de Edificios*. Editorial Limusa, S.A, Grupo Noriega Editores, México, (2002).

Bustamante, V. Propuesta de Metodología para el Análisis de Vibraciones en Instalaciones Deportivas. Aplicación a un Caso Real: Estadio Vallecas. Tesis de Maestría, Universidad de Cantabria, España, (2018).

Campista D.; y Santos da Silva J. Análisis Dinámico y Estudio de Confort Humano de las gradas del Estadio Nacional de Brasília. Proceeding of the XXXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, Brasil, (2015). Caprioli, A.; Cigada, A.; Vanali, M. Comparation Between Different Operational Modal Analysis Techniques for the Identification of Large Civil Structure Modal Parameters.

Politecnico di Milano, Dipartimento di Meccanica. Milano, Italy, (2004).

Clough, R.; and Penzien, J. *Dynamics of Structures*. 3rd ed. Computers & Structures, Inc., California, USA, (2003).

CTE, Código Técnico de la Edificación. Ministerio de Ciencia e Innovación. España, (2009).

Cunha, A.; Caetano, E.; Magalhães, F.; and Moutinho, C. *From Input-Output to Output-Only Modal Identification of Civil Engineering Structures*, SAMCO, (2006).

Chavez, J. *Estudio de Factibilidad. Mejoramiento Integral de la Infraestructura Deportiva del Estadio Huancayo.* Recuperado el 21 de febrero del 2012 de la base de datos del Sistema de Seguimiento de Inversiones del MEF.

Chopra, A.K. *Dynamics of Structures. A Primer*. Earthquake Engineering Research Institute, California, USA, (1980).

D. Brillinger, *Times Series: Data Analysis and Theory*. London, U.K.:Holt, Rinehart and Winston, (1975).

EHE-08, *Instrucción de Hormigón Estructural*. Ministerio de Transportes, Movilidad y Agenda Urbana. Quinta Edición. España, (2011).

Ewins, D.J. *Modal Testing: Theory and Practice*. Research Studies Press Ltd, London, England, (1984).

Farrar, C.R.; and Worden, K. Structural Health Monitoring. A Machine Learning Perspective. Jhon Wiley & Sons, Ltd, United Kingdom, (2013).

Geopsy. SESAME Project, <u>http://sesame.geopsy.org/Delivrables/D09-03\_Texte.pdf</u>, (2003).

Grębowski, K. Rucka, M. Wilde, K. Non-Destructive Testing of a Sport Tribune under Synchronized Crowd-Induced Excitation Using Vibration Analysis. Non-destructive Testing of Materials in Civil Engineering, 281-299 pp, (2019).

He, J. and Z.F. Fu, Modal Analysis. Butterworth-Heinemann.Oxford, Boston., (2001).

Ibrahim, Z.; Reynolds, P. *Modal Testing of a Cantilever Grandstand*. International Conference on Construction and Building Technology, 271-284 pp, (2008).

Helene, P.; y Pereira, F. Manual de Rehabilitación de Estructuras de Hormigón. Reparación, Refuerzo y Protección. CYTED, Sao Paulo, (2007).

ISO 10137:2007, Bases for Design of Structures – Serviceability of Buildings and Walkways against Vibrations. Organización Internacional de Normalización. Suza, (2018).

Kanai, K. & T. Tanaka. *On Microtremors VIII*. Bulletin of the Earthquakes Research Institute, Vol. 39, University of Tokyo, (1961).

Matlab. The MathWorks, Inc. <u>www.mathworks.com</u>, Registrado el 18 de Julio, (2020). Millán, D.C.; Marulanda, J.; and Thomson, P. *Evaluation of the Structural Reliability of a Grandstand Subjected to Anthropic Loads*. Ingeniería y Competitividad, Vol. 18, N°. 1, 59-69 pp, (2015).

Mottershead, J.E.; Friswell, M.I. *Model Updating in Structural Dynamics: A Survey*. Journal of Sound and Vibration, 167(2), 347-375 pp, (1993).

Nakamura, Y. A Method for Dynamic Characteristic Estimation of surface Using Microtremor on the Ground Surface". Quarterly Report of Railway Technical Research Institute (RTRI), 30-I, 25 – 33, (1989).

NIST, *Soil-Structure Interaction for Building Structures*. National Institute of Standards and Technology. USA, (2012).

Ortiz, A.; Marulanda, J.; and Thomson, P. *Caracterización del Comportamiento Dinámico de la Tribuna Occidental del Estadio Pascual Guerrero Durante un Concierto Musical.* Ingeniería y Competitividad, Vol. 9, N°. 2, 49-58 pp, (2007).

Pais, A.; and Kausel, E. Approximate Formulas for Dynamic Stiffnesses of Rigid Foundations. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 7(4), 213-217 pp, (1988).
Paul C. Jennyngs, Jacobo Bielak, Dynamic of Building-Soil Interaction. Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 63, 9-48 pp, (1973).

Primicia. Máximo 15,700 espectadores. Diario Primicia, p. 1. (2014, 22 de enero).

Proakis, J.; and Manolakis, D. *Digital Signal Processing: Principles, Algorithms, and Applications*, 3rd ed. Upper Saddle River, N.J.: Prentice-Hall, (1996).

Rainieri, C.; Fabbrocino, G. Operational Modal Analysis of Civil Engineering Structures. An Introduction and Guide for Applications. Springer, (2014).

Reynolds, P.; Pavic, A.; Carr, J. Experimental Dynamic Analysis of the Kingston Communications Stadium. The Structural Engineer, Vol. 85, 33-39 pp, (2007).

Reynolds, P.; Pavic, A.; Willford, M. *Prediction and Measurement of Stadia Dynamic Properties*, IMAC XXIII, The 23<sup>rd</sup> International Modal Analysis Conference, (2005).

Rodrigues, J.; Almeida, P. *Modeling of Action Induced by Crowds on Brazilian Football Stadium*. Laboratorio de Sistemas Estructurales, Ltda, Brasil, (1991).

Rodríguez, W.; Pallares, M. Using Optimization for Calibrating Finite Element Models for adobe Walls. Revista Ingeniería e Investigación, Vol. 29, N° 2, 10-19 pp, (2009).

RNE, *Reglamento Nacional de Edificaciones*. Ministerio de Vivienda, Construcción y Saneamiento, Perú, (2018).

Sanchez, H.G.; Nova, F.R.; and Gonzales, O.A. Implementation of the Operational Modal Analysis technique in a Power Transmission Shaft. Journal of Physics, Conference Series: 1247, 012032, June, (2019). Sazak, H.; Catbas, F.; Gul, M. Structural Health Monitoring and Evaluating Structural Performance of a Stadium. Department of Civil, Environmental and Construction Engineering. University of Central Florida, Orlando, (2007).

Solomon, O.M. PSD Computations Using Welch's Method. Sandia National Laboratories. USA, (1991).

Stallduinen, P.; Courage, W. Dynamic Loading of Feyernoord Stadium During Pop Concerts. IABSE Symposium Birmingham, Vol. 71, 283-288 pp, (1994).

SVS. ARTeMIS Modal. User's Manual, Release 6.0. Structural Vibration Solutions, Denmark, (2019).

Tatara, T.; Ptasznki, B. *Vibrations of Sports Stadium Grandstand Structure due to Crowd-Jumping Loads*. Proceeding of the 5<sup>th</sup> ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamic and Earthquake Engineering, Crete Island, Greece, (2015).

Van Overschee, P., and De Moor, B. N4SID: Subspace algorithms for the identification of combined deterministic-stochastic systems. Automatica, 30(1), 75-93, (1994).

Vélez, W.; Gómez, D.; Thomson, P. Finite Element Model Updating. Universidad del Valle, Cali, (2008).

Verner, M. Which Fans are the Biggest Acceleration of the Grandstand?. Czech Technical University in Prague. Proceeding 15: 137-141 pp, (2018).

Welch, P.D. The Use of Fast Transform for the Estimation of Power Spectra: A Method
Based on Time Averaging Over Short, Modified Periodograms. AU-15:70-73 pp, (1967).
Zienkiewicz, O.; y Taylor, R. El Método de los Elementos Finitos. Formulación Básica
y Problemas Lineales. Cuarta Edición. McGraw-Hill, CIMNE, Barcelona, (1994).

### Anexo A

### Ecuaciones Planteadas por Pais y Kausel (1988)

Etastic Solutions for Static Stiffness of Rigid Footings at the Ground Surface (Table 2-2a del NIST, 2012).

Degree of Freedom	Pais and Kausel (1988)
Traslation along z-axis	$K_{z,sur} = \frac{GB}{1-v} - \left[3, 1\left(\frac{L}{B}\right)^{0.75} + 1.6\right]$
Traslation along y-axis	$K_{y,sur} = \frac{GB}{2 - v} - \left[ 6.8 \left(\frac{L}{B}\right)^{0.65} + 0.8 \left(\frac{L}{B}\right) 1.6 \right]$
Traslation along x-axis	$K_{x,sur} = \frac{GB}{2-v} - \left[6.8 \left(\frac{L}{B}\right)^{0.65} + 2.4\right]$
Torsion about z-axis	$K_{zz,sur} = GB^3 - \left[4,25\left(\frac{L}{B}\right)^{2,45} + 4,06\right]$
Rocking about y-axis	$K_{yy,sur} = \frac{GB^3}{1-v} - \left[3,73\left(\frac{L}{B}\right)^{2,4} + 0,27\right]$
Rocking about x-axis	$K_{xx,sur} = \frac{GB^3}{1-v} - \left[3, 2\left(\frac{L}{B}\right) + 0, 8\right]$

Embedment Correction Factors for Static Stiffness of Rigid Footings

(Table 2-2b del NIST, 2012).

Degree of Freedom	Pais and Kausel (1988)
Traslation along z-axis	$n_z = \left[1,0 + \left(0,25 + \left(\frac{0,25}{L/B}\right)\left(\frac{D}{B}^{0,8}\right)\right)\right]$
Traslation along y-axis	$n_{\mathcal{Y}} = \left[1,0 + \left(0,33 + \frac{1,34}{1 + L/B}\right) \left(\frac{D}{B}\right)^{0,8}\right]$
Traslation along x-axis	$n_x = n_y$
Torsion about z-axis	$n_{zz} = \left[1,0 + \left(1,3 + \frac{1,32}{L/B}\right) \left(\frac{D}{B}\right)^{0.9}\right]$
Rocking about y-axis	$n_{yy} = \left[1,0 + \frac{D}{B} + \left(\frac{1,6}{0,35 + (L/B)^4}\right) \left(\frac{D}{B}\right)^2\right]$
Rocking about x-axis	$n_{xx} = \left[1,0 + \frac{D}{B} + \left(\frac{1,6}{0,35 + L/B}\right) \left(\frac{D}{B}\right)^2\right]$

Degree of Freedom	Surface Stiffness Modifiers
Traslation along z-axis	$\alpha_{z} = 1,0 - \left[\frac{(0,4 + \frac{0,2}{L/B}) \alpha_{0}^{2}}{\left(\frac{10}{1 + 3(\frac{L}{B} - 1)}\right) + \alpha_{0}^{2}}\right]$
Traslation along y-axis	∝ <sub>y</sub> = 1,0
Traslation along x-axis	∝ <sub>x</sub> =1,0
Torsion about z-axis	$\alpha_{zz} = 1,0 - \left[ \frac{(0,33 - 0,03\sqrt{\frac{L}{B} - 1}) \alpha_0^2}{\left(\frac{0,8}{1 + 0,33(\frac{L}{B} - 1)}\right) + \alpha_0^2} \right]$
Rocking about y-axis	$\alpha_{yy} = 1,0 - \left[\frac{0,55 \alpha_0^2}{\left(0,6 + \frac{1,4}{(L/B)^3}\right) + \alpha_0^2}\right]$
Rocking about x-axis	$\alpha_{xx} = 1,0 - \left[ \frac{(0,55+0,01\sqrt{\frac{L}{B}-1}) \alpha_0^2}{\left(2,4+\frac{0,4}{(L/B)^3}\right) + \alpha_0^2} \right]$

### Dynamic Stiffness Modifiers and Radiation Damping for Rigid Footings (Table 2-3a del NIST, 2012).

### Dynamic Stiffness Moodifiers and Radiation Damping for Rigid Footings (Table 2-3b del NIST, 2012).

Degree of Freedom	Radiation Damping
Traslation along z-axis	$\beta_{z} = \left[\frac{4[\psi(L/B) + (D/B)(1 + L/B)]}{(K_{z,emb}/GB)}\right] \left[\frac{\alpha_{0}}{2\alpha_{z}}\right]$
Traslation along y-axis	$\beta_{y} = \left[\frac{4[L/B + (D/B)(1 + \psi L/B)]}{(K_{y,emb}/GB)}\right] \left[\frac{\alpha_{0}}{2\alpha_{y}}\right]$
Traslation along x-axis	$\beta_x = \left[\frac{4[L/B + (D/B)(\psi + L/B)]}{(K_{x,emb}/GB)}\right] \left[\frac{\alpha_0}{2\alpha_x}\right]$
Torsion about z-axis	$\beta_{zz} = \left[\frac{(4/3)[3(L/B)(D/B) + \psi(L/B)^{3}(D/B) + 3(L/B)^{2}(D/B) + \psi(D/B) + (L/B)^{3} + (L/B)]\alpha_{0}^{2}}{\left(\frac{K_{zz}emb}{GB^{3}}\right)\left[\left(\frac{1,4}{1+3\left(\frac{L}{B}-1\right)^{0.7}}\right) + \alpha_{0}^{2}\right]}\right]\left[\alpha_{0}\right]$
Rocking about y-axis	$\beta_{yy} = \left[ \frac{\left(4/3)\left[\left(\frac{L}{B}\right)^3 \left(\frac{D}{B}\right) + \psi\left(\frac{D}{B}\right)^3 \left(\frac{L}{B}\right) + \left(\frac{D}{B}\right)^3 + 3\left(\frac{D}{B}\right) \left(\frac{L}{B}\right)^2 + \psi\left(\frac{L}{B}\right)\right] \alpha_0^2}{\left(\frac{K_{yy,emb}}{GB^3}\right) \left[\left(\frac{1.8}{1 + 1,75\left(\frac{L}{B} - 1\right)}\right) + \alpha_0^2\right]} + \frac{\left(\frac{4}{3}\right)\left(\frac{L}{B} + \psi\right)\left(\frac{D}{B}\right)^3}{\left(\frac{K_{yy,emb}}{GB^3}\right)} \right] \left[\frac{\alpha_0}{2\alpha_{yy}}\right]$
Rocking about x-axis	$\beta_{xx} = \left[ \frac{\left(4/3) \left[ \left(\frac{D}{B}\right) + \left(\frac{D}{B}\right)^3 + \psi \left(\frac{D}{B}\right)^3 \left(\frac{L}{B}\right) + 3\left(\frac{D}{B}\right) \left(\frac{L}{B}\right)^2 + \psi \left(\frac{L}{B}\right) \right] \alpha_0^2}{\left(\frac{K_{xxemb}}{GB^3}\right) \left[ \left(\frac{1.8}{1 + 1.75\left(\frac{L}{B} - 1\right)}\right) + \alpha_0^2 \right]} + \frac{\left(\frac{4}{3}\right) \left(\psi \frac{L}{B} + 1\right) \left(\frac{D}{B}\right)^3}{\left(\frac{K_{xxemb}}{GB^3}\right)} \right] \left[ \frac{\alpha_0}{2\alpha_{xx}} \right]$